

LANGUE ET MATIERES SCOLAIRES

DIMENSIONS LINGUISTIQUES DE LA CONSTRUCTION DES CONNAISSANCES DANS LES CURRICULUMS

N° 4

Éléments pour une description des compétences linguistiques en langue de scolarisation nécessaires à l'enseignement / apprentissage des mathématiques (fin de la scolarité obligatoire)

Une démarche et des points de référence

Le présent document a été produit pour la *Plateforme de ressources et de références pour une éducation plurilingue et interculturelle* par : Helmut Linneweber-Lammerskitten

LISTE DES DOCUMENTS PROPOSANT DES ELEMENTS POUR LA DESCRIPTION DE
COMPETENCES LINGUISTIQUES POUR DES DISCIPLINES SPECIFIQUES

1. *Eléments pour une description des compétences linguistiques en langue de scolarisation nécessaires à l'enseignement/apprentissage de l'histoire (fin de la scolarité obligatoire)*

Une démarche et des points de référence – Jean-Claude Beacco

2. *Eléments pour une description des compétences linguistiques en langue de scolarisation nécessaires à l'enseignement/apprentissage des sciences (fin de la scolarité obligatoire)*

Une démarche et des points de référence – Helmut Vollmer

3. *Eléments pour une description des compétences linguistiques en langue de scolarisation nécessaires à l'enseignement/apprentissage de la littérature (fin de la scolarité obligatoire)*

Une démarche et des points de référence – Irene Pieper

- 4 ***Eléments pour une description des compétences linguistiques en langue de scolarisation nécessaires à l'enseignement / apprentissage des mathématiques (fin de la scolarité obligatoire)***

Une démarche et des points de référence – Helmut Linneweber-Lammerskitten

© Conseil de l'Europe, avril 2012

Les vues exprimées dans cette publication sont celles des auteurs ; elles ne reflètent pas nécessairement la ligne officielle du Conseil de l'Europe

Toute correspondance relative à cette publication ainsi que toute demande de reproduction ou de traduction de tout ou d'une partie du document doivent être adressées au Directeur de l'éducation et des langues du Conseil de l'Europe (F-67075 Strasbourg Cedex ou decs-lang@coe.int).

La reproduction d'extraits est autorisée, sauf à des fins commerciales, à condition que la source soit mentionnée.

Éléments pour une description des compétences linguistiques en langue de scolarisation nécessaires à l'enseignement / apprentissage des mathématiques (fin de la scolarité obligatoire) — Une démarche et des points de référence

Ce document présente une démarche qui aidera les personnes chargées d'élaborer des programmes d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques à tenir explicitement compte des dimensions discursives et linguistiques de cette matière. Il reprend et adapte surtout les idées et méthodes définies par Beacco (2010) pour l'histoire, par Vollmer (2010) pour les sciences et par Pieper (2011) pour la littérature. Par étapes successives, auxquelles correspondent des inventaires de référence, il passe des finalités éducatives de l'enseignement des mathématiques à l'identification d'éléments linguistiques particulièrement importants à systématiser en classe pour aboutir à la maîtrise des formes de discours correspondantes.

Les documents de cette partie de la plateforme – consacrés à l'histoire, aux sciences, à la littérature et aux mathématiques – contribuent tous à cerner la dimension langagière de l'acquisition de connaissances dans les programmes scolaires. Ils visent à aider à l'élaboration de programmes scolaires cohérents et expriment des valeurs communes. C'est pourquoi ils suivent un modèle commun : certaines parties ont une formulation presque identique ; d'autres ont été adaptées aux particularités de l'enseignement des mathématiques.

TABLE DES MATIERES

0.	Introduction	5
1.	Valeurs pédagogiques et éducation mathématique (inventaire et description des valeurs éducatives visées par les pratiques d'enseignement des mathématiques)	6
1.1.	Culture mathématique	7
1.2.	Compétences de base	7
1.3.	Expérience mathématique	8
1.4.	Impact sur la langue et la communication	8
2.	Situations sociales et privées où les mathématiques jouent un rôle (inventaire et description des situations sociales de communication dans lesquelles l'apprenant a recours aux mathématiques dans son entourage social)	9
2.1.	Situations et contextes dans lesquels les mathématiques jouent un rôle	9
2.1.1.	Situation et contexte en termes de distance entre le problème et l'élève	9
2.1.2.	La situation et le contexte vus en termes de distance entre le problème et les mathématiques requises pour le résoudre	10
2.2.	Centrage sur l'aspect communicationnel des situations et contextes dans lesquels les mathématiques jouent un rôle	10
2.3.	Des situations sociales aux genres de discours	13

3.	Compétences mathématiques (inventaire et description de quelques connaissances mathématiques de base ou attendues)	15
3.1.	Un exemple de modèle de compétence mathématique	15
3.2.	Les compétences linguistiques et de communication dans la compétence mathématique à divers niveaux	20
4.	Situations scolaires de communication relatives à l'enseignement et à l'apprentissage des mathématiques	21
4.1.	Liste de référence des activités menées en classe dans le cadre de l'enseignement des mathématiques (enseignement et apprentissage de la matière en général)	21
4.2.	Des situations scolaires aux formes discursives	23
5.	Compétences linguistiques et sémiotiques particulières nécessaires à l'éducation mathématique	24
5.1.	La compétence stratégique	25
5.2.	Compétence discursive	27
5.3.	Compétence formelle	30
5.3.1.	Catégories pragmatiques et cognitives	30
5.3.2.	Catégories linguistiques pour la description de genres discursifs	32
5.3.3.	Réalisation de la compétence discursive : deux exemples	33
6.	Synthèse et perspectives : seuils et étapes de développement	35
7.	Bibliographie sélective	35

0. Introduction

Les mathématiciens estiment en général que leur discipline peut être considérée comme le langage universel de toutes les sciences. Les enseignants de mathématiques des écoles et universités n'ont souvent guère conscience du rôle de la langue. On pense très fréquemment encore que les langues naturelles et les compétences langagières n'ont qu'une importance modeste, voire nulle, dans la compréhension et la pratique des mathématiques, et qu'elles n'ont donc pas à figurer dans les programmes scolaires de mathématiques.

Les choses ont commencé à changer lorsque l'OCDE/PISA a adopté le concept de « culture mathématique », et plusieurs pays d'Europe ont défini des normes éducatives et des modèles de compétences : même si l'étude PISA 2003 n'utilise « culture » que dans un sens métaphorique, le terme choisi en anglais (*literacy*) n'en implique pas moins certaines références à la langue, et la notion de culture mathématique va bien au-delà de la simple manipulation de chiffres. Dans la récente formulation des normes éducatives de plusieurs pays d'Europe, qui se réfèrent à des modèles de compétences, les aspects langagiers (surtout ceux qui ont trait à l'argumentation et à l'explication) sont intégrés dans la compétence mathématique générale. Si l'on adopte cette approche, la conscience du rôle de la langue et l'intégration du volet langagier dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques auraient droit de cité dans tout programme de mathématiques.

Ce document présente :

- une démarche globale pour la description et la catégorisation des compétences langagières nécessaires à l'apprentissage et à l'enseignement dans le contexte de l'éducation mathématique ;
- des points de référence ouverts (sous forme d'inventaires et de listes de contrôle), destinés à être complétés par les utilisateurs en fonction des spécificités du système d'enseignement concerné et de la langue dans laquelle a lieu l'enseignement.

Ces points de référence ont pour but d'aider les utilisateurs :

- à identifier les activités langagières présentes dans la discipline considérée ;
- à déterminer les formes de la langue de scolarisation nécessaires à la maîtrise des discours employés dans la discipline, et à dégager les formes de communication nécessaires à la transmission et à l'acquisition des connaissances et compétences propres à la matière.

Le schéma d'ensemble de la démarche est le suivant :

- (1) inventaire et description des valeurs éducatives visées par les enseignements d'histoire ;
- (2) inventaire et description des situations de communication sociales dans lesquelles l'histoire est impliquée dans l'environnement social des apprenants ;
- (3) inventaire et description des connaissances mathématiques visées ;
- (4) inventaire et description des cadres réels de communication scolaire pour l'acquisition et la construction des connaissances et méthodes de base en mathématiques.

Sur la base des étapes 1 à 4, il est possible de constituer :

- (5) des inventaires et des descriptions des caractéristiques linguistiques, discursives et sémiotiques pertinentes pour les discours impliqués dans les

enseignements des mathématiques, qui mériteraient d'être enseignées comme telles dans ce cadre disciplinaire.

En définitive, c'est donc une démarche générale qui est proposée ici, valable quelle que soit la langue d'enseignement – langue première de l'apprenant ou autre langue maîtrisée au moins au niveau B2 du Cadre européen commun de référence pour les langues (CECR, Conseil de l'Europe 2001).

1. Valeurs pédagogiques et éducation mathématique (inventaire et description des valeurs éducatives visées par les pratiques d'enseignement des mathématiques)

Tout enseignement poursuit des finalités éducatives au-delà des savoir-faire et des savoirs qui le constituent et qu'il vise. Les valeurs et objectifs généraux de l'éducation, et ainsi l'enseignement et de l'apprentissage des mathématiques, ont une double nature : ils concourent au bien personnel de l'individu et public de la société, tout en créant des droits et des obligations de part et d'autre. L'apprenant a droit à l'acquisition de certaines compétences, connaissances, expériences et savoir-faire qui le préparent à sa réussite future dans la vie, par exemple pour :

construire sa propre identité (domaine personnel) ;
participer à la vie de la société en tant qu'acteur social et citoyen démocratique (domaine public) ;
trouver sa place sur le marché du travail (domaine du travail) ;
développer ses connaissances ¹ (domaine de l'éducation) ;
...

La société impose elle aussi des exigences à l'apprenant, qui doit mettre à profit les possibilités d'apprentissage qui lui sont offertes, déployer les efforts requis pour acquérir les compétences nécessaires à son avenir, surtout dans son rôle futur de citoyen démocratique. Les valeurs du bien individuel et public ainsi que les droits et obligations qui les accompagnent fondent la légitimité de l'éducation, ses buts et ses objectifs.

L'éducation mathématique doit contribuer à la réalisation de ces objectifs, et peut le faire de diverses façons, à différents niveaux. À un niveau général abstrait, elle peut aider les élèves à acquérir :

une compétence mathématique au sens de la culture mathématique (OCDE 2003), qui présuppose de nombreuses compétences auxiliaires, ainsi que des savoir-faire, des connaissances déclaratives et méthodologiques, des aptitudes, des sentiments, une volonté, etc. ;
des compétences de base à caractère non spécifiquement mathématique ² , mais que l'éducation mathématique peut soutenir ou contrer ;
une expérience mathématique qu'il n'est probablement possible de faire que dans l'environnement artificiel d'une classe de mathématiques ;
...

Les langues d'éducation ont pour rôle, au sein de l'institution scolaire, de structurer et d'accompagner la formation et l'éducation d'acteurs sociaux, ainsi que le plein épanouissement des individus en tant qu'êtres humains. Les finalités vers lesquelles

¹ Cf. Vollmer 2009 p. 4; CECR 2001, p. 40.

² Cf. la publication du projet DeSeCo (*Defining and Selecting Competencies*). Ex. : DeSeCo 2005.

tend cette formation sont celles que partagent les États membres du Conseil de l'Europe comme fondement de la vie en société dans l'espace européen.

1.1.1. Culture mathématique

Le Cadre d'évaluation PISA 2003 (OCDE 2003) spécifie les valeurs et objectifs généraux de l'éducation mathématique. OCDE/PISA définit son objectif comme la mise au point d'indicateurs « montrant dans quelle mesure les pays ont réussi à préparer leurs jeunes de 15 ans à devenir des citoyens actifs, réfléchis et intelligents, sous l'angle de leurs compétences en mathématiques » (p. 62). L'évaluation se concentre sur la mesure dans laquelle les élèves parviennent à utiliser les mathématiques qu'ils ont apprises. Elle se place donc à deux niveaux : elle mesure la performance des élèves, mais aussi, voire surtout, l'efficacité du système d'éducation. La notion qui sous-tend la compétence mathématique est celle de « culture mathématique », à savoir « l'aptitude d'un individu à identifier et à comprendre le rôle joué par les mathématiques dans le monde, à porter des jugements fondés à leur propos, et à s'engager dans des activités mathématiques, en fonction des exigences de sa vie en tant que citoyen constructif, impliqué et réfléchi » (p. 27). Même si cette définition envisage surtout le futur rôle de citoyen de l'élève, les clarifications terminologiques qui la suivent lui donnent un sens plus large. Dans cette lumière, l'enseignement des mathématiques vise surtout à rendre les élèves capables :

d'une « utilisation fonctionnelle de connaissances mathématiques dans un grand nombre de situations différentes et de manière variée, réfléchie, s'appuyant sur une compréhension en profondeur » (p. 27) ;
d'identifier et de comprendre le rôle des mathématiques dans « l'environnement physique, social et culturel dans lequel vit l'individu » (p. 27) ;
de « porter des jugements fondés » en s'appuyant sur les mathématiques (p. 27) ;
d'utiliser les mathématiques pour les besoins de « la vie privée et professionnelle de l'individu, sa vie sociale au contact de son entourage et de ses proches, ainsi que sa vie en tant que citoyen et membre d'une collectivité » (p. 27) ;
de s'engager dans des activités mathématiques par « le fait de communiquer, de prendre position par rapport à, d'établir des liens, d'évaluer ou même d'apprécier les mathématiques ou d'y prendre plaisir » (p. 27) ;
...

1.1.2. Compétences de base

L'enseignement des mathématiques doit aussi contribuer à l'acquisition de compétences de base à caractère non spécifiquement mathématique. Le projet DeSeCo énumère les suivantes, en les réunissant en trois grandes catégories et en faisant ressortir la correspondance avec les besoins de l'individu.

Se servir d'outils de manière interactive

La capacité à utiliser le langage, les symboles et les textes de manière interactive	Rester au fait de l'évolution technologique
La capacité à utiliser le savoir et l'information de manière interactive	Adapter les outils en fonction de ses besoins
La capacité à utiliser les technologies de manière interactive	Dialoguer activement avec le monde

Interagir dans des groupes hétérogènes

La capacité à établir de bonnes relations avec autrui	Établir de bonnes relations avec autrui
La capacité à coopérer	Coopérer, travailler en équipe

La capacité à gérer et de résoudre les conflits	Gérer et résoudre les conflits
---	--------------------------------

Agir de façon autonome

La capacité à agir dans le contexte global	Agir dans le contexte global
La capacité à élaborer et à réaliser des projets de vie et des programmes personnels	Élaborer et réaliser des projets de vie et des programmes personnels
La capacité à défendre et à affirmer ses droits, ses intérêts, ses limites et ses besoins	Défendre et affirmer ses droits, ses intérêts, ses limites et ses besoins

1.1.3. Expérience mathématique

En tant que matière scolaire, les mathématiques ne doivent pas simplement viser à l'acquisition de compétences futures, mais aussi fournir une expérience mathématique qu'il n'est probablement possible de réunir que dans l'environnement artificiel du cours de mathématiques³. Dans cette expérience figurent notamment :

percevoir et comprendre sous un éclairage spécifiquement mathématique les manifestations perceptibles du monde (nature, société, culture) qui nous concernent ou doivent nous concerner ;
comprendre les situations et objets mathématiques représentés sous forme verbale, symbolique, picturale ou de formules comme des créations intellectuelles, un monde en soi participant d'un ordre déductif ;
acquérir par l'analyse de problèmes des compétences (heuristiques) de résolution des problèmes allant au-delà des mathématiques ;
percevoir les mathématiques comme s'intégrant dans un patrimoine culturel, l'une des grandes percées culturelles et intellectuelles de l'esprit humain ;
faire par les mathématiques l'expérience de la réussite,
ressentir l'intérêt et le plaisir que peuvent engendrer les mathématiques ;
...

1.2. Impact sur la langue et la communication

Il suffit de consacrer une brève réflexion à l'impact des valeurs, des droits et des obligations qui sous-tendent les mathématiques, et à la contribution de cette matière scolaire aux objectifs généraux de l'éducation (compétence et culture mathématique, compétences de base, expérience des mathématiques) pour voir clairement qu'ils sont conditionnés par les catégories langagières et communicationnelles que présupposent ces valeurs, droits, obligations et objectifs généraux.

Le rôle décisif que jouent la communication, la langue et la conscience de la langue apparaît très clairement dans les valeurs de participation à la vie sociale et d'apprentissage futur ; mais on peut aussi les considérer comme nécessaires à l'obtention d'un emploi sur le marché du travail et à la construction de l'identité personnelle. Au niveau très abstrait auquel se situent la compétence et la culture mathématiques, des termes comme « connaître », « identifier et comprendre », « porter des jugements fondés » et « communiquer » indiquent déjà que la compétence mathématique présuppose et englobe des aptitudes, des savoir-faire, des capacités et des compétences relevant des mathématiques tout autant que de la langue et de la communication propres à une discipline. Les compétences de base formulées ci-dessus se rapportent explicitement aussi aux interactions, à la langue, aux textes, aux connaissances, à la formation, à la communication, au travail de

³ Les trois premiers exemples sont du pédagogue de mathématiques allemand Heinrich Winter (Winter 1995) ; ils ont été reformulés dans les normes nationales allemandes d'éducation de la *Kultusministerkonferenz* - Conférence permanente des ministres de l'Éducation et de la Culture des länder (KMK 2004 p. 6). Le quatrième est tiré de NCTM 2000 p. 4.

groupe, etc. La notion d'expérience évoquée dans la dernière section englobe l'expérience au sens strict, mais aussi son reflet cognitif et verbal.

2. Situations sociales et privées où les mathématiques jouent un rôle (inventaire et description des situations sociales de communication dans lesquelles l'apprenant a recours aux mathématiques dans son entourage social)

2.1. Situations et contextes dans lesquels les mathématiques jouent un rôle

La connaissance des mathématiques et leur application sont nécessaires, ou au moins souhaitables, dans de nombreuses situations très différentes. C'est pourquoi le cadre PISA 2003 souligne à quel point il est important que l'élève soit capable d'appliquer les mathématiques (au-delà de simplement les connaître), et cela dans toute une gamme de situations. Ce qui explique que la plupart des items s'inscrivent dans des situations de résolution de problèmes représentatives de divers domaines : « Pouvoir utiliser les mathématiques ou "faire des mathématiques" dans des situations très diverses est une composante importante de la définition de la culture mathématique. Il a été établi, en effet, que lorsqu'un individu a affaire à des thèmes qui se prêtent à un traitement mathématique, ses représentations mathématiques et les méthodes qu'il choisit dépendent souvent des situations dans lesquelles ces problèmes s'inscrivent. » (OCDE 2003, p. 35)

Le cadre PISA 2003 classe les situations et contextes⁴ des items dans deux dimensions : la distance entre le problème et l'élève, et entre le problème et les mathématiques.

2.1.1. Situation et contexte en termes de distance entre le problème et l'élève

Le problème à résoudre à l'aide des mathématiques peut se situer très près ou loin de la vie personnelle de l'élève. En reprenant les grands domaines définis dans le CECR (personnel, public, professionnel, éducationnel, Cde 2001, PP 41 sqq.), on peut distinguer les quatre catégories de situations ci-dessous (OCDE 2003, p. 35).

Personnelles : la vie personnelle de l'élève
Éducatives ou professionnelles : vie scolaire, vie professionnelle et loisirs
Publiques : communauté locale et société rencontrée dans la vie quotidienne
Scientifiques : science, scénarios hypothétiques et situations potentielles ⁵

Ces situations type ou domaines étant aussi caractérisés par des composantes langagières différentes (registre, terminologie technique, structures récurrentes, style, types de discours, etc.), les items de PISA relatifs aux mathématiques sollicitent en général davantage les compétences linguistiques de l'élève que les problèmes « verbaux », ceux dans lesquels une importante information de base est présentée sous forme d'énoncé verbal. Une même activité (acheter ou vendre, par exemple) peut

⁴ « Le contexte renvoie au mode particulier de présentation de l'item au sein de la situation. Il est constitué de l'ensemble des détails caractérisant l'énoncé du problème. » (OCDE 2003, p. 32)

⁵ « Un des atouts les plus puissants des mathématiques vient de ce qu'elles peuvent être utilisées pour expliquer des scénarios hypothétiques et pour explorer des situations ou des systèmes potentiels, même s'il est peu probable que ceux-ci soient mis effectivement en œuvre dans le monde réel. Un tel problème serait classé comme appartenant à une situation de type "scientifique" ». (OCDE 2003, p. 37)

s'inscrire dans une situation personnelle (vendre une bicyclette), professionnelle (vendre une voiture pour un vendeur de métier), publique (vendre un élément du patrimoine public) ou scientifique (résoudre un problème micro-économique). Chacune de ces situations types possède ses propres exigences et conventions langagières et communicationnelles, et donc sollicite diversement les composantes langagières et communicationnelles de la compétence mathématique.

2.1.2. La situation et le contexte vus en termes de distance entre le problème et les mathématiques requises pour le résoudre

Le problème et le moyen de le résoudre peuvent se situer entièrement dans le « monde mathématique », ou à une distance variable de lui. Cette distinction explicite qu'opère PISA 2003 entre « intramathématique » et « extramathématique » est relativement imprécise.

Intramathématique : si l'exercice se réfère uniquement à des objets, des symboles ou des structures mathématiques, et ne fait référence à aucun thème extérieur au monde mathématique

Extramathématique : si l'élève doit traduire en termes mathématiques le contexte du problème
--

On pourrait affiner la distinction en se demandant, à propos de la première catégorie, de quelle partie des mathématiques (mathématiques financières, mathématiques pour psychologues, mathématiques pures, etc.) relève le problème, et quels outils mathématiques sont nécessaires pour le résoudre. Les mathématiques étant utilisées depuis des siècles comme auxiliaire par les autres sciences, des conceptions différentes sont apparues, avec leurs propres registres de langue et conventions de communication. En ce qui concerne la seconde catégorie, on pourrait se demander de quel domaine non mathématique relève le problème, et si ce dernier peut être entièrement résolu par des moyens mathématiques, ou si d'autres disciplines doivent être appelées en renfort (philosophie, éthique, politique, connaissance du monde, expérience personnelle, etc.).

2.2. Centrage sur l'aspect communicationnel des situations et contextes dans lesquels les mathématiques jouent un rôle

La classification des situations en fonction de la distance entre le problème et l'élève ou les mathématiques requises qu'opère le cadre d'évaluation PISA 2003 repose sur les situations sociales et privées de communication dans le monde réel. Les items mathématiques de PISA ne contiennent toutefois que des descriptions de ces situations. Or résoudre un problème mathématique verbal avec un papier et un crayon en situation d'examen est une chose, le résoudre dans une situation de communication réelle en est une autre.

Quoi qu'il en soit, ces items étant conçus comme des indicateurs de l'aptitude de l'élève à utiliser les mathématiques dans une situation réelle, nous pouvons considérer qu'ils décrivent des exemples représentatifs de situations sociales et privées de communication dans lesquelles les mathématiques jouent un rôle. D'où la possibilité d'orienter dans deux directions la distinction entre personnel, éducatif/professionnel, public et scientifique : 1) centrage sur la situation dans laquelle se situe le problème, et/ou 2) centrage sur la situation ou la communauté discursive dans laquelle est posé ou (re)formulé et résolu le problème.

Dans une situation de communication, les mathématiques n'ont bien sûr pas pour seul rôle de résoudre un problème. En fait, elles ne peuvent la plupart du temps que contribuer à sa solution ou à sa compréhension, par exemple par le biais d'un schéma géométrique, la visualisation d'un lien, un graphique réalisé à l'aide d'un tableur, etc.

Les nombres permettent de mesurer et d'exprimer des propriétés de toutes sortes, dans des contextes scientifiques comme quotidiens. Des liens divers peuvent être interprétés comme des fonctions mathématiques, ce qui peut déboucher sur une compréhension fonctionnelle du monde.

Les mathématiques étant utilisées dans la science, la technologie et la vie quotidienne comme science auxiliaire et outil de compréhension, il est également nécessaire d'en apprendre plus sur les mathématiques et les matières connexes, comme l'informatique, pour des raisons professionnelles, d'éducation ou personnelles. C'est pourquoi l'apprentissage des mathématiques est au centre de certaines situations privées ou sociales, formelles ou informelles, très éloignées de la scolarité obligatoire. Des personnes possédant une bonne maîtrise des mathématiques sans être des enseignants sont amenés à apporter leur concours à l'apprentissage des mathématiques, par exemple lorsque des parents aident leurs enfants, ou encore dans des relations entre pairs, collègues ou partenaires. Ces situations d'enseignement ou de soutien complètent les situations d'apprentissage.

Nous dressons ci-dessous un catalogue non exhaustif des situations de communication dans lesquelles les mathématiques sont ou peuvent être utilisées.

Situations personnelles : dans un cadre informel (famille, pairs, amis)

<p>Examiner, poser et résoudre à l'aide des mathématiques des problèmes :</p> <p>... proches d'un contexte social informel (comme discuter de contrats de téléphonie mobile et choisir entre deux offres) ;</p> <p>... plus éloignés d'un contexte social informel (comme discuter d'un article de journal comparant les stratégies financières de partis politiques) ;</p> <p>...</p>
<p>S'efforcer de comprendre et d'expliquer un événement, un lien fonctionnel, une disposition géométrique, etc. :</p> <p>... proches d'un contexte social informel (dessiner le plan d'aménagement d'un appartement) ;</p> <p>... plus éloignés d'un contexte social informel (reconstruire le sens possible d'un article de journal mêlant des données numériques absolues et relatives à l'aide d'opérations mathématiques) ;</p> <p>...</p>
<p>Apprendre, enseigner, expliquer, travailler les mathématiques</p> <p>... lorsque la matière est proche du contexte social informel (apprendre à modifier la recette d'un gâteau, par exemple) ;</p> <p>... lorsque la matière est plus éloignée du contexte social informel (comme des parents aidant leurs enfants à comprendre un problème, une notion, une opération mathématiques) ;</p> <p>...</p>

Situations professionnelles : dans un cadre formel (collègues, supérieurs, clients)

<p>Résoudre en équipe, à l'aide des mathématiques, des problèmes :</p> <p>... proches ou éloignés de la sphère professionnelle (comme construire une maison, un moteur, une machine ; préparer un budget) ;</p> <p>...</p>
<p>S'efforcer de comprendre et d'expliquer un événement, un lien fonctionnel, une disposition géométrique, etc. :</p> <p>... proches ou éloignés de la sphère professionnelle (comme interpréter un événement ou un état de choses à partir de données statistiques) ;</p> <p>...</p>
<p>Apprendre, enseigner, expliquer, travailler les mathématiques :</p> <p>... sur des questions proches ou éloignées de la sphère professionnelle (comme suivre un cours de perfectionnement faisant une large place aux méthodes mathématiques) ;</p>

...

Situations publiques : dans un cadre social formel (bureau, associés, clients)

Examiner, poser et résoudre à l'aide des mathématiques des problèmes : ... proches ou éloignés du cadre social formel (comme préparer un plan d'affaires) ; ...
S'efforcer de comprendre et d'expliquer un événement, un lien fonctionnel, une disposition géométrique, etc. : ... proches ou éloignés du cadre social formel (comme comparer des offres) ; ...
Apprendre, enseigner, expliquer, travailler les mathématiques : ... sur des questions proches ou éloignées du cadre social formel (comme expliquer à un client un calcul ou un algorithme particulier en mathématiques financières) ; ...

Situations scientifiques : dans un cadre social formel (mathématiciens, autres scientifiques, enseignants de mathématiques)

Apprendre, enseigner, expliquer, travailler les mathématiques : ... en mathématiques pures ou appliquées ; ... dans d'autres sciences (comme la physique) ; ... dans une discipline technique (informatique, ingénierie, etc.) ...
S'efforcer de comprendre et d'expliquer un événement, un lien fonctionnel, une disposition géométrique, etc. : ... comme expliquer les différences entre des systèmes d'éducation en s'appuyant sur la théorie des tests probabilistes ; ...
Apprendre, enseigner, expliquer, travailler les mathématiques : ... comme participer à un colloque scientifique de mathématiques ; ...

Comme pour ces distinctions entre situations sociales dans lesquelles les mathématiques jouent un rôle, il est aisé de dresser un inventaire des situations privées qui, malgré leur caractère privé, font appel aux registres des différents domaines (personnel, éducatif ou professionnel, public, scientifique, etc.).

Les situations mentionnées comprennent différentes formes de communication : réception orale, écrite et audiovisuelle, interaction orale et écrite, production orale et écrite. La liste peut être complétée et utilisée comme guide pour définir les compétences linguistiques dans les programmes de mathématiques. Les activités sociales supposant des connaissances mathématiques peuvent être décrites en termes de genres de discours et de capacités langagières.

Comme dans d'autres matières scolaires, les buts et les types de discours se sont constitués au fil de l'histoire de l'éducation mathématique, et s'inscrivent plus spécifiquement dans l'éducation et le cadre de la salle de classe. On les développera à la section 3. Ces objectifs et pratiques pédagogiques forment un corpus dynamique dans l'histoire de l'apprentissage institutionnel. Leurs liens avec les situations hors de la salle de classe varient et se modifient en outre avec le temps.

2.3. Des situations sociales aux genres de discours

Pour les situations de communication mathématique, on peut élaborer des descripteurs à partir de l'analyse des caractéristiques des genres de discours employés dans ces situations. Nous analyserons un exemple plus en détail, en exposant tout d'abord les compétences cognitives sur lesquelles repose le discours, puis les compétences linguistiques et sémiotiques relatives aux activités langagières. Cet exemple porte sur la situation sociale dans laquelle les mathématiques sont mises à contribution pour résoudre un problème réel. La description des activités sous forme de « procédés mathématiques » est reprise du projet de cadre PISA 2012 (OCDE 2010 pp. 14 sq.).

Les compétences cognitives liées aux mathématiques comprennent la capacité à...

... formuler mathématiquement des situations⁶ :

identifier les aspects mathématiques d'un problème s'inscrivant dans un contexte du monde réel et identifier ses variables significatives ;
reconnaître la structure mathématique d'un problème ou d'une situation (à savoir les phénomènes récurrents, les liens et les structures) ;
simplifier une situation ou un problème de sorte qu'il se prête à l'analyse mathématique ;
identifier les contraintes et les hypothèses qui sous-tendent tout modèle ou simplification mathématique en s'appuyant sur le contexte ;
représenter une situation mathématiquement, à l'aide des variables, des symboles, des graphiques et des modèles standards appropriés ;
représenter un problème différemment, en le réorganisant au besoin selon des concepts mathématiques et en faisant les hypothèses nécessaires ;
comprendre et expliquer les liens entre la langue utilisée pour formuler un problème en fonction de son contexte et la langue symbolique et formelle nécessaire pour en donner une représentation mathématique ;
traduire un problème en langage ou dans une représentation mathématique, c'est-à-dire le transposer dans un modèle mathématique standard ;
reconnaître les aspects d'un problème qui correspondent à des problèmes connus ou à des concepts, faits ou méthodes mathématiques ;
s'aider d'auxiliaires techniques (comme un tableur ou la fonction de liste d'une calculatrice graphique) pour représenter une relation mathématique inhérente dans un problème contextualisé ;
...

... employer des notions, des faits, des méthodes et des raisonnements mathématiques⁷ :

concevoir et mettre en œuvre des stratégies de découverte de solutions mathématiques ;
s'aider d'outils mathématiques, notamment techniques, pour trouver des solutions approximatives ;
trouver des solutions en appliquant des faits, des règles, des algorithmes et des structures mathématiques ;
manipuler des nombres, des données et informations graphiques et statistiques, des expressions et des équations algébriques, ainsi que des représentations géométriques ;
tracer des diagrammes mathématiques, des graphiques et des constructions et en extraire l'information mathématique ;
utiliser différentes représentations dans la recherche de solutions et passer de l'une à l'autre ;
procéder à des généralisations par l'application des méthodes mathématiques employées pour

⁶ Cf. OCDE 2010 p. 14 sq.

⁷ Cf. OCDE 2010 p.16

trouver des solutions ;
s'interroger sur les arguments mathématiques, expliquer et justifier les résultats mathématiques ;
...

... interpréter, appliquer et évaluer les résultats du travail mathématique⁸

interpréter un résultat mathématique pour le réinsérer dans le monde réel ;
apprécier si une solution mathématique est raisonnable dans un problème réel ;
comprendre les effets du monde réel sur les résultats et les calculs des méthodes et modèles mathématiques pour arriver à des jugements contextuels sur la façon d'appliquer ou d'ajuster les résultats ;
expliquer pourquoi un résultat ou une conclusion mathématique ont ou non un sens dans le contexte d'un problème ;
comprendre la portée et les limites des notions et des solutions mathématiques ;
faire une analyse critique et identifier les limites du modèle utilisé pour résoudre un problème ;
...

Les activités décrites ci-dessus portaient sur des situations privées comme sociales de résolution de problèmes. Dans le premier cas, « penser à haute voix » exprimerait bien le lien étroit entre activités cognitives et langagières (cf. section 5) ; et dans le second, il s'agit d'activités de communication correspondant aux compétences B1-B2 décrites à propos de la coopération à visée fonctionnelle dans le CECR (CECR 2001, p. 65) si on les traduit en compétences plurilingues.

Les compétences langagières et de communication recouvrent les attitudes ci-dessous :

Peut comprendre avec sûreté des instructions détaillées. B2
Peut faire avancer le travail en invitant autrui à s'y joindre, à dire ce qu'il pense, etc. B2
Peut esquisser clairement à grands traits une question ou un problème, faire des spéculations sur les causes et les conséquences, et mesurer les avantages et les inconvénients des différentes approches. B2
Peut suivre ce qui se dit, mais doit occasionnellement faire répéter ou clarifier si le discours des autres est rapide et long. B1
Peut expliquer pourquoi quelque chose pose problème, discuter de la suite à donner, comparer et opposer les solutions. B1
Peut commenter brièvement le point de vue d'autrui. B1
Peut, en règle générale, suivre ce qui se dit et, le cas échéant, peut rapporter en partie ce qu'un interlocuteur a dit pour confirmer une compréhension mutuelle. B1
Peut faire comprendre ses opinions et réactions par rapport aux solutions possibles ou à la suite à donner, en donnant brièvement des raisons et des explications.
Peut inviter les autres à donner leur point de vue sur la façon de faire.
...

⁸ Cf. OCDE 2010 p.17

3. Compétences mathématiques (inventaire et description de quelques connaissances mathématiques de base ou attendues)

Nous avons passé en revue dans la première section les droits et obligations ainsi que les objectifs liés à l'éducation mathématique, et dans la deuxième les situations privées et sociales dans lesquelles les mathématiques jouent un rôle. Les compétences, aptitude, savoir-faire, etc. mathématiques considérés comme importants pour le bien individuel de la personne et le bien public de la société sont systématiquement organisés en modèles de compétences décrivant les dimensions concernées de la compétence mathématique et leurs interrelations, notamment les domaines (contenus), les aspects (processus), les niveaux, les parcours de développement des compétences, etc.

3.1. Un exemple de modèle de compétence mathématique

Les modèles de compétences mathématiques qui fondent les normes éducatives nationales des pays d'Europe varient par leur terminologie, mais aussi dans leur conception, pour des raisons d'ordre historique, politique et d'organisation. Les catégories utilisées dans la suite de ce document sont reprises du modèle de compétences mathématiques des normes éducatives nationales suisses.

Domaines de compétence (se référant à des contenus):

nombres, opérations et algèbre
espace
grandeurs et mesures
fonctions
analyse de données et probabilités
...

Aspects de compétence (se référant à des actions):

savoir, reconnaître et décrire
appliquer des procédures et utiliser des techniques
utiliser des instruments et des outils
présenter et communiquer
mathématiser et modéliser
argumenter et justifier
interpréter et analyser des résultats
explorer et essayer
...

En combinant les deux dimensions, on arrive à une grille de 40 cases dont chacune contient la description d'une ou de plusieurs compétences. À un niveau plus abstrait, il suffit de rassembler les compétences relevant de la même dimension.

Parmi les compétences mathématiques considérées comme importantes pour tout élève en fin de scolarité obligatoire, on trouve notamment :

SAVOIR, RECONNAITRE ET DECRIRE Les élèves ...	
<ul style="list-style-type: none"> • comprennent et utilisent des termes algébriques ou arithmétiques (en particulier : expression littérale, équation, variable, inconnue, solution, estimation, arrondi, nombre premier, racine carrée) ; 	<ul style="list-style-type: none"> • Comprendre, utiliser et expliquer des termes techniques • Lier les termes techniques aux objets, propriétés et

<ul style="list-style-type: none"> • connaissent et utilisent différentes représentations des nombres (écriture décimale, écriture fractionnaire, pourcentage, notation scientifique, puissance à base rationnelle et d'exposant naturel). • connaissent et utilisent les principaux termes et concepts de la géométrie du plan et de l'espace ; • reconnaissent des figures planes et des solides, notamment dans l'environnement quotidien, les décrivent avec un langage adéquat et les classent selon leurs propriétés ; • connaissent des théorèmes fondamentaux de la géométrie du plan (en particulier : théorème de Pythagore, somme des angles d'un triangle). • connaissent les principaux préfixes (en particulier : mega, kilo, deci, centi, milli) ; • connaissent les grandeurs usuelles (monnaie, longueur, aire, volume, capacité, masse, temps, vitesse), leurs principales unités de mesure et leurs symboles usuels officiels ; • connaissent la structure du système métrique fondée sur les puissances de dix • reconnaissent une fonction comme une correspondance univoque entre les éléments de deux ensembles, notamment entre deux grandeurs ; • connaissent les termes techniques, les notations et les symboles les plus importants en rapport avec les fonctions (en particulier : variable, expression fonctionnelle, tableau de valeurs, représentation graphique, $f : x \mapsto f(x)$) ; • reconnaissent des situations simples de proportionnalité directe et inverse ; • distinguent les fonctions affines ($x \mapsto ax+b$) des autres. • comprennent et utilisent les termes spécifiques liés aux statistiques et aux probabilités (en particulier : tableau de valeurs, diagramme, moyenne, fréquence, événement, probabilité d'un événement). 	<p>relations mathématiques, et vice versa</p> <ul style="list-style-type: none"> • Identifier les formes et les structures • Nommer et décrire les règles et lois mathématiques dans un langage adapté • Représenter et décrire mathématiquement une situation
--	---

<p>APPLIQUER DES PROCEDURES ET UTILISER DES TECHNIQUES Les élèves sont capables ...</p>	
<ul style="list-style-type: none"> • d'effectuer les quatre opérations de base - mentalement, par calcul réfléchi ou avec la calculatrice en fonction de leur complexité - avec des nombres exprimés sous forme décimale, fractionnaire ou de puissance (en particulier dans l'écriture scientifique) ; • d'estimer et d'arrondir des résultats ; • d'utiliser les propriétés des opérations (en particulier la distributivité) pour transformer des expressions algébriques simples ; • de résoudre des équations simples du premier degré à une inconnue. • de représenter des figures géométriques planes dans un système d'axes perpendiculaires et d'effectuer des constructions géométriques de base ; • de représenter de diverses manières des solides (en particulier vue en perspective et développements) ; 	<p>Procéder à des calculs, des transformations et des constructions sous forme standard écrite, avec des notes ou oralement, avec ou sans instruments (techniques)</p>

<ul style="list-style-type: none"> • de calculer des longueurs et des angles en utilisant des théorèmes fondamentaux de la géométrie du plan. • d'estimer et de calculer des longueurs, des périmètres, des aires et des volumes ; • d'effectuer des calculs avec des grandeurs (également composées, en particulier la vitesse) et de passer d'une unité de mesure à l'autre ; • de calculer des distances en grandeur réelle à partir de cartes et de leur échelle. • de trouver, pour des fonctions simples, l'image d'un nombre donné en s'aidant d'un tableau de valeurs ou d'une représentation graphique, ou en la calculant à partir de la forme algébrique, donnée par une équation ($y=2x+3$) et/ou par une expression fonctionnelle ($x \rightarrow 2x+3$) ; • d'effectuer des calculs relatifs à des situations simples de proportionnalité directe et inverse ; • de représenter graphiquement une ou plusieurs fonctions affines dans un système de coordonnées cartésiennes ; • de déterminer graphiquement les coordonnées du point d'intersection des graphes de deux fonctions affines. • de construire un diagramme adapté, à partir d'un ensemble de données, de tableaux de valeurs ou de diagrammes existants, de calculer des fréquences absolues et relatives ainsi que la moyenne arithmétique ; • de déterminer la probabilité d'un événement à partir du dénombrement des cas favorables et des cas possibles, de manière expérimentale ou à l'aide d'un diagramme en arbre. 	
---	--

<p>UTILISER DES INSTRUMENTS ET DES OUTILS</p> <ul style="list-style-type: none"> • d'utiliser les fonctions importantes d'une calculatrice (en particulier + , - , x , ÷ , = , x² , \sqrt{x} , 1/x , STO , RCL , () , yx) ; • d'utiliser une feuille électronique de calcul pour représenter des séries de données et explorer des relations numériques ; • d'utiliser des mémentos, des ouvrages de référence et l'Internet pour trouver une formule ou procédure appropriée à la résolution de problèmes numériques. • d'utiliser le compas, la règle, l'équerre et le rapporteur pour résoudre des problèmes de géométrie ; • d'utiliser (si nécessaire avec de l'aide) un programme de géométrie dynamique pour représenter, explorer et résoudre des problèmes. • de choisir un instrument usuel (règle, double-mètre, rapporteur, balance, chronomètre, verre gradué) pour effectuer des mesures (longueur, angle, masse, temps, volume) ; • d'utiliser un mémento, une calculatrice ou une feuille électronique de calcul pour calculer des mesures et pour effectuer des conversions d'unités. • d'utiliser une calculatrice et un ordinateur (en particulier une feuille électronique de calcul) pour calculer des valeurs et représenter graphiquement des fonctions. • d'utiliser une calculatrice et une feuille électronique de calcul pour traiter des données d'une certaine ampleur ; 	<p>Utiliser des instruments électroniques (calculatrice, ordinateur), des ouvrages de référence ou des instruments de construction géométrique (compas, équerre)</p>
---	--

<ul style="list-style-type: none"> • d'utiliser des instruments appropriés (p.ex. rapporteur, papier millimétré, ordinateur) permettant de construire une représentation graphique (p.ex. diagramme circulaire, diagramme en colonnes). 	
--	--

PRESENTER ET COMMUNIQUER	
<ul style="list-style-type: none"> • de prélever de façon pertinente et de présenter de manière compréhensible et utilisable par d'autres, des données numériques et algébriques adéquates dans des textes, croquis, plans, dessins, tableaux ou diagrammes ; • d'expliciter des démarches de résolution au moyen de phrases, de symboles arithmétiques et algébriques, de tableaux et de croquis adéquats. • de prélever de façon pertinente et de présenter de manière compréhensible et utilisable par d'autres, des informations géométriques adéquates dans des textes, croquis, plans, dessins, tableaux ; • d'expliciter des démarches de résolution au moyen d'un langage verbal adéquat, de croquis, de dessins, de plans ou de modèles. • de prélever de façon pertinente et de présenter de manière compréhensible et utilisable par d'autres, des mesures adéquates dans des textes, croquis, plans, dessins, tableaux ou diagrammes ; • d'expliciter des démarches de résolution au moyen d'un langage verbal, de calculs et d'unités de mesure appropriés. • de prélever de façon pertinente et de présenter de manière compréhensible et utilisable par d'autres des informations relatives à des relations de type fonctionnel, dans des textes, tableaux de valeurs ou représentations graphiques. • de prélever de façon pertinente, en particulier dans des médias, et de présenter de manière compréhensible et utilisable par d'autres, des données dans des textes, des tableaux ou des diagrammes ; • d'expliciter des démarches de résolution au moyen de tableaux, de listes de cas, de diagrammes en arbre ainsi que de mots et de calculs. 	<ul style="list-style-type: none"> • Comprendre les calculs, les transformations, les constructions et l'argumentation d'autres élèves • Présenter ses propres calculs, transformations, constructions et argumentations de façon compréhensible, utilisable par d'autres et adaptée à l'objet mathématique

MATHEMATISER ET MODELISER	
<ul style="list-style-type: none"> • de traduire des problèmes de la vie courante et des situations mathématiques en langage arithmétique ou algébrique (en particulier sous forme d'expressions mathématiques et d'équations) en vue de déterminer une solution. • de traduire des situations concrètes en langage géométrique (en particulier des points, des droites, des courbes, des surfaces, des volumes), en vue de prendre des décisions ou de déterminer une solution. • de traduire, en langage mathématique, des situations de la vie courante (p.ex. aire d'une chambre, vitesse d'une automobile, consommation de carburant, etc.) en identifiant 	<p>Décrire, interpréter et traduire (problème) des situations (de la vie courante) pour les résoudre par les mathématiques</p>

<p>les grandeurs pertinentes et en choisissant les unités adaptées.</p> <ul style="list-style-type: none"> • de traduire des situations de la vie courante sous forme de relations de type fonctionnel et de les utiliser pour décrire et résoudre des problèmes. • d'interpréter des problèmes de la vie courante selon leurs aspects statistiques et probabilistes afin de prendre des décisions appropriées ; • de déterminer, d'organiser et de traiter des données pertinentes, par exemple dans le cadre d'une petite enquête ; • de résoudre des problèmes combinatoires simples de la vie courante en recourant au dénombrement et au comptage systématiques ou au calcul. 	
--	--

ARGUMENTER ET JUSTIFIER	
<ul style="list-style-type: none"> • de justifier des affirmations ou des démarches de résolution au moyen de calculs, d'explications et d'argumentations se basant sur des propriétés numériques, arithmétiques ou algébriques. • de justifier l'exactitude de formules élémentaires (p.ex. formule de calcul d'aire) et l'existence de relations entre des figures à partir de propriétés géométriques (p.ex. conservation de l'aire) ; • de donner des arguments pour soutenir des conjectures géométriques simples. • de justifier des affirmations en utilisant, de manière pertinente et en tenant compte des normes officielles, des grandeurs (simples ou composées), des mesures et des calculs avec des unités de mesure. • de justifier des affirmations sur des relations de proportionnalité au moyen de tableaux de valeurs, de représentations graphiques ou de calculs et de conduire des raisonnements argumentés élémentaires ; • de prendre des décisions plausibles (p.ex. pour un achat ou un contrat) en se fondant sur l'analyse de situations fonctionnelles. • de justifier des affirmations fondées sur des séries de données, des diagrammes, ou se référant à la probabilité d'événements, ainsi que leurs propres affirmations, à l'aide de représentations et de calculs statistiques. 	<ul style="list-style-type: none"> • Formuler une affirmation et la justifier • Rendre transparents et justifier une logique et un mode de calcul • Expliquer en les illustrant des phénomènes et des lois mathématiques • Comprendre et reproduire des preuves et des contre-exemples

INTERPRETER ET ANALYSER DES RESULTATS	
<ul style="list-style-type: none"> • d'examiner des résultats, des représentations et des affirmations numériques au moyen du calcul et d'un contrôle de cohérence avec les conditions du problème posé ; • d'examiner si une démarche de résolution peut être réutilisée pour résoudre un autre problème donné. • d'examiner des résultats, des représentations et des affirmations au moyen de propriétés géométriques et d'un contrôle de cohérence avec les conditions du problème posé ; • d'examiner si une démarche de résolution peut être réutilisée pour résoudre un autre problème géométrique donné. 	<ul style="list-style-type: none"> • Vérifier des résultats et contrôler leur cohérence par rapport au problème posé • Examiner si une démarche de résolution peut être réutilisée pour résoudre un problème ultérieur

<ul style="list-style-type: none"> • d'examiner des résultats, des représentations et des affirmations au moyen de mesures et de calculs avec des unités de mesure et d'un contrôle de cohérence avec les conditions du problème posé ; • d'estimer si les unités de mesure sont adaptées à la situation proposée et si l'ordre de grandeur d'un résultat fait sens. • d'examiner des résultats, des représentations et des affirmations relatifs à des situations fonctionnelles (en particulier des équations linéaires simples) au moyen du calcul ou de méthodes algébrique ou graphique ainsi que d'un contrôle de cohérence avec les conditions du problème posé. • d'analyser de façon critique des déclarations et des décisions basées sur des probabilités et/ou des données statistiques ; • d'examiner si les représentations choisies par d'autres ou par eux-mêmes sont correctement utilisées et illustrent effectivement la situation. 	
---	--

EXPLORER ET ESSAYER	
<ul style="list-style-type: none"> • d'effectuer des essais numériques pertinents en variant systématiquement les nombres ou les calculs, dans le but de trouver une solution ; • de tester une conjecture afin de trouver une procédure de résolution adéquate et généralisable. <ul style="list-style-type: none"> • d'explorer des situations géométriques, de formuler des conjectures et de procéder à des essais systématiques pour les confirmer ou les invalider. • d'effectuer des mesures prospectives pour explorer une situation et déterminer des exemples, des propriétés et des relations. • d'établir et de tester des conjectures relatives à des situations fonctionnelles observées dans la réalité et en mathématiques. • d'effectuer des expérimentations simples liées au hasard avec des dés, des pièces de monnaie ou des cartes à jouer, d'en dénombrer les cas possibles et de déterminer, au moyen d'essais, la probabilité d'un événement. 	<ul style="list-style-type: none"> • Explorer des situations mathématiques et rechercher des règles générales mathématiques • Exprimer et tester des conjectures pour les confirmer ou les invalider par des essais

3.2. Les compétences linguistiques et de communication dans la compétence mathématique à divers niveaux

Les pratiques d'enseignement des mathématiques ne peuvent concrétiser leurs valeurs éducatives que si elles visent en même temps les compétences linguistiques et de communication, et cela pour les raisons ci-dessous.

<p>Les compétences linguistiques et de communication sont indispensables à l'apprentissage : les élèves ne peuvent vraiment participer à l'apprentissage des mathématiques que s'il possède le bagage linguistique nécessaire pour comprendre les questions, les problèmes, les arguments, etc., et pour répondre, dialoguer avec les autres, etc.</p>
<p>Les compétences linguistiques et de communication font partie des normes d'éducation en</p>

<p>mathématiques :</p> <p>les élèves ne peuvent satisfaire aux normes d'éducation en mathématiques en fin de scolarité obligatoire que s'ils sont capables de nommer, de décrire, de définir, d'expliquer, d'argumenter, etc.</p>
<p>Les compétences linguistiques et de communication sont indispensables à l'acquisition d'une expérience, de la culture mathématique et des compétences de base :</p> <p>tout cela présuppose un certain degré de réflexion, qui ne s'atteint que grâce à une bonne compétence langagière.</p>

4. Situations scolaires de communication relatives à l'enseignement et à l'apprentissage des mathématiques

De la communication au sein de la société, et des objectifs définis en termes de connaissances mathématiques et de compétences méthodologiques, nous nous tournons à présent vers les types d'enseignement et d'apprentissage scolaires, en gardant à l'esprit que les formes de communication utilisées dans l'éducation mathématique doivent tenir compte de celles en usage en dehors de l'école. Cela dit, l'enseignement scolaire suit des règles et des conventions qui lui sont propres.

En règle générale, l'apprentissage en classe se découpe en différentes phases, qui se distinguent par les types d'activité et les sollicitations cognitives et linguistiques impliqués. Cette règle s'applique également à l'éducation mathématique.

4.1. Liste de référence des activités menées en classe dans le cadre de l'enseignement des mathématiques (enseignement et apprentissage de la matière en général)

Les formes d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques varient avec les traditions éducatives et les choix méthodologiques des programmes et enseignants, qui tous structurent les processus correspondants. La plupart des formes employées en classe de mathématiques sont aussi utilisées dans d'autres matières, comme l'histoire, la science ou la littérature⁹ ; mais il y en a de plus spécifiques aux mathématiques, notamment la combinaison d'interactions orales et écrites (IOE) recourant à des symboles, schémas, matrices, etc. mathématiques (cf. Conseil de l'Europe 2001, CEFR, 4.4.3.3 p. 69, et 4.4.5.3 p. 73). Parmi les différentes formes d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques figurent :

Exposé de l'enseignant (l'interaction enseignant-apprenant est un exposé monologal) s'appuyant sur des auxiliaires visuels (cartes, schémas, tableaux de données, graphiques, animations par ordinateur, applets, progiciels dynamiques d'enseignement de la géométrie, etc.) (RO, RE, prise de notes PE)	L'interaction enseignant-apprenant est un exposé monologal, enseignement magistral
L'interaction enseignant-apprenant est un exposé dialogique (IO)	L'interaction enseignant-apprenant est un exposé dialogique, dialogue pédagogique, modèle IRE ¹⁰
Les apprenants présentent les résultats du travail fait à la maison en s'appuyant sur des auxiliaires visuels (POE), en comparant leurs résultats (RO, RE), en posant des questions et en y répondant à l'aide d'auxiliaires visuels (IOE).	L'interaction enseignant-apprenant est un exposé monologal, présentations par les élèves

⁹ Cf. Beacco, Coste, van de Ven, Vollmer (2010, p. 12-14). Le codage des activités de communication est repris du CEFR: R = réception; P = production; I = interaction; M = médiation; O = oral; E = écrit.

¹⁰ Le modèle dit IRE (*Initiation by the teacher – Response by the learners – Evaluation by the teacher*) a été présenté par Sinclair & Coulthard (1975).

Les apprenants expliquent un concept mathématique, une affirmation, une règle, une méthode, une preuve, etc. aux autres (IOE).	L'interaction élève-élève est un exposé dialogique, exposé par les pairs
Les apprenants lisent le manuel (RE) et résolvent des problèmes (PE) ou travaillent individuellement dans un environnement d'apprentissage (RE et PE).	Travail individuel (résoudre un problème)
Les apprenants travaillent individuellement sur des exercices mathématiques (PE)	Travail individuel (pratique)
Les apprenants explorent intellectuellement une situation mathématique ou vérifient systématiquement une hypothèse (RE, PE).	Travail individuel (exploration)
Collecte d'information (RE et PE : prise de notes).	Travail individuel (collecte d'informations)
Activités menées sous forme de projets (liant diverses compétences) de recherche individuelle, comme inventer de nouveaux problèmes mathématiques (PE) s'écartant de problèmes résolus (RE)	Travail individuel (travail sur un projet individuel, travail créatif)
Les apprenants rédigent un journal d'étude (RE)	Travail individuel (métacognition)
Les apprenants travaillent en interaction avec des camarades dans un groupe (RE, PE, IO, IOE) pour résoudre un problème ou travaillent ensemble dans un environnement d'apprentissage	Travail de groupe (résolution de problèmes)

Les apprenants explorent individuellement une situation mathématique ou vérifient systématiquement des hypothèses (IOE, PE)	Travail de groupe (exploration)
Recherche d'informations : préparer la recherche (IO), réunir l'information (RE, PE : prise de notes), partage des résultats (IOE)	Travail de groupe (préparer la recherche d'information), travail individuel (collecte de l'information)
Présentation des résultats du travail de groupe par les apprenants (PO) à partir de notes, à l'aide de PowerPoint (PO et E), du tableau noir (PO et E), etc., et réponse à des questions (IOE)	Travail de groupe (préparer la présentation), travail individuel (présentation)
Activités menées sous forme de projets (liant diverses compétences) de recherche de groupe (IOE, PO et E)	Travail de groupe (travail sur un projet commun)
Travail d'équipe : concevoir de nouveaux problèmes mathématiques (IO, PE)	Travail de groupe (travail créatif)
Vérifier les résultats et s'interroger sur eux (RE, IO)	Travail de groupe (travail de réflexion)
[...]	

Toutes ces formes d'activités qui ont lieu en classe de mathématiques, même si certaines sont plus courantes que d'autres, sont devenues des instruments soutenant la construction de la compétence mathématique. Le type indiqué d'activité langagière de communication doit être compris comme faisant partie de la compétence mathématique à développer. En ce sens, les activités scolaires sont une anticipation des activités de la future vie réelle, auxquelles il est possible de s'essayer sans graves conséquences en cas d'échec. D'un autre côté, une certaine compétence langagière et de communication est indispensable pour y participer, et donc apprendre – tout comme une certaine connaissance du contenu des mathématiques et une certaine compétence en la matière sont indispensables à l'apprentissage des mathématiques. L'élève ne peut avoir une participation féconde dans ces situations d'apprentissage que s'il apporte le bagage nécessaire, en termes de contenus mathématiques, mais aussi de connaissances et de compétences langagières et de communication.

4.2. Des situations scolaires aux formes discursives

Ces types d'activités d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques peuvent se décrire en termes de capacités langagières et de types de discours ; il est possible de concevoir des descripteurs à partir des caractéristiques du style de discours adopté dans ces situations.

Exemple : présenter à la classe un exposé (préparé) en utilisant des auxiliaires (vidéoprojecteur, tableau noir, tableau de feuilles, rétroprojecteur, etc.) pour visualiser un raisonnement, une construction, une méthode, un calcul, etc. mathématiques.

Présenter une pensée en s'appuyant sur des auxiliaires de visualisation est tout à fait caractéristique des mathématiques : il s'agit d'un type de discours lié à la production orale (voir CECR 2001, 4.4.1.1. : Production orale) à partir de notes, de diapositives ou d'un manuscrit rédigé, mais aussi à l'interaction écrite (voir CECR 2001, 4.4.3.2 et 4.4.3.2). Cela fait notamment appel aux aptitudes ci-dessous :

annoncer le plan, organiser l'exposé ;
développer méthodiquement une présentation ou une description en soulignant les points importants et les détails pertinents (PO générale : descripteur B2 dans CECR 2001, p. 61) ;
décrire et présenter systématiquement une gamme étendue de sujets relatifs à son domaine d'intérêt en développant et en justifiant les idées par des détails et des exemples pertinents (PO générale : descripteur B2 dans CECR 2001, p. 49) ;
souligner les étapes de l'exposé à mesure de son déroulement ;
présenter et organiser le commentaire langagier d'un tableau de données, d'un schéma, etc. ;
apporter de l'information sur des sujets abstraits et concrets, contrôler l'information, s'enquérir d'un problème poser des questions sur un problème ou l'exposer assez précisément (IE générale : descripteur B1 dans CECR 2001, p. 68) ;
rendre l'exposé aussi attrayant que possible : gestion de l'intensité de la voix, du débit, de l'intonation ;
réagir de manière contrôlée à des objections ou à des critiques de la classe ou de l'enseignant ;
peut s'écarter spontanément d'un texte préparé pour suivre les points intéressants soulevés par des auditeurs (...) (Production orale PO : descripteur B2 dans CdE 2001, p. 49)
répondre à des questions concernant les résultats et les mesures prises en conséquence ;
autoévaluer sa prestation (avec ou sans l'aide d'autrui) ;
[...]

On notera que dans l'exemple présenté ci-dessus, les descripteurs du CECR définis pour les langues étrangères peuvent aisément servir ou être adaptés à la description des types de discours rencontrés en classe de mathématiques ; mais ils ne sont bien sûr pas tous pertinents. De même, les descripteurs des niveaux C1 et C2 peuvent parfois fournir des éléments de descriptions, mais ne peuvent sans doute pas être adoptés en bloc.

L'éducation plurilingue implique de relier les formes scolaires de la communication aux formes sociales de la communication où l'histoire est impliquée, de manière à assurer des transferts de compétences des unes vers les autres. Au moins une partie des formes scolaires de la communication devraient préparer les apprenants à la gestion des situations sociales de communication historique :

- soit directement, par utilisation de ces genres sociaux en classe
- soit indirectement, par développement à travers les genres scolaires des mêmes compétences que celles impliquées dans les genres sociaux.

5. Compétences linguistiques et sémiotiques particulières nécessaires à l'éducation mathématique

Les sections qui précèdent couvraient et illustraient :

- les situations et contextes sociaux dans lesquels les mathématiques jouent un rôle (liste de référence 2.1) ;
- le volet communicationnel de ces situations et contextes (2.2) ;
- un exemple (résolution d'un problème selon PISA 2010) des types de discours correspondants (liste de référence, 2.3) ;
- un exemple de modèle de compétence mathématique (liste de référence 3.1) ;
- les compétences langagières et de communication dans les compétences mathématiques à divers niveaux (liste de référence 3.2) ;
- des activités menées en classe de mathématiques (liste de référence 4.1)
- les genres de discours correspondants en cours de mathématiques à l'école (4.2, exemples).

Ces étapes de notre démarche (et les principes qui les sous-tendent) nous permettent à présent de cerner et de généraliser des compétences linguistiques spécifiques adaptées à l'enseignement et à l'apprentissage des mathématiques, et visant à transmettre des connaissances et des compétences ainsi que des savoir-faire de communication sociale. On l'a vu, ces compétences ne sauraient se résumer à la maîtrise d'un vocabulaire spécialisé ni à la juxtaposition de connaissances mathématiques fragmentaires, aussi claires et logiquement tirées de données soient-elles. Les compétences langagières nécessaires dans le contexte de l'éducation mathématique comprennent également la capacité d'appréhender et d'exprimer des questions complexes et de relier ces deux activités dans des choix lexicaux, grammaticaux et textuels.

Pour décrire ces compétences linguistiques et communicationnelles en termes plus généraux, nous adopterons un modèle *d'aptitudes et de communication* propre aux mathématiques, organisé en quatre ensembles, dont les trois premiers constituent la compétence langagière de communication à proprement parler :

- la composante/compétence stratégique (5.1.)
- la composante/compétence discursive, comme maîtrise des genres de discours) (5.2.)
- la composante/compétence formelle (5.3)
- les compétences interculturelles, qui ne sont pas spécifiques à l'enseignement de l'histoire, seront abordées dans un autre module.

5.1. La compétence stratégique¹¹

La compétence communicative générale comporte une composante de nature psychocognitive dite stratégique qui commande les comportements langagiers observables pour gérer, produire, comprendre les textes. « Les stratégies sont le moyen utilisé par l'utilisateur

d'une langue pour mobiliser et équilibrer ses ressources et pour mettre en œuvre des aptitudes et des opérations afin de répondre aux exigences de la communication en situation

et d'exécuter la tâche avec succès et de la façon la plus complète et la plus économique

possible - en fonction de son but précis. » (CECR p. 48).

Dans le CECR, les stratégies sont situées au même niveau que les activités de communication (comme interaction orale/écrite (IO/IE), production orale/écrite (PO/PE), réception orale/écrite (RO/RE)...). Ce niveau de spécification permet de définir des comportements enseignables en termes de planification, exécution, évaluation et remédiation¹², qui semblent indépendants des langues et des discours concernés. Nous partons de ces spécifications pour décrire les savoir-faire communicationnels nécessaires à l'apprentissage/enseignement des mathématiques.

Production orale et écrite¹³

	Activités générales	Activités dans le cadre scolaire de l'enseignement / apprentissage de l'histoire
planification	Localisation des ressources Préparation et/ou répétition Prise en compte du destinataire et de l'auditoire Adaptation du message	Identifier les sources d'information pertinentes Réaliser des versions provisoires successives du texte à produire. Vérifier sa longueur (si PO). Tenir compte des capacités de réception, du degré de connaissance du statut... des destinataires, Transposer, paraphraser, résumer, mentionner, citer, commenter... les textes source
exécution	Construction sur un savoir antérieur Essai (expérimentation)	Prendre appui sur des textes existants du même genre que celui envisagé Réaliser des versions provisoires successives du texte à produire.
évaluation	Contrôle des résultats	Contrôles par le biais des réactions de l'auditoire (si PO), de la lisibilité par un tiers non destinataire direct (si PE)
remédiation	autocorrection	Améliorer l'autocorrection par une évaluation externe

¹¹ Ce paragraphe est repris avec de légères altérations de Beacco (2011) et Vollmer (2011).

¹² CECR, 4.4.1.3. pour la PO/PE, 4.4.2.4. pour la RO/RE et 4.4.3.3. pour IO/IE.

¹³ d'après CECR. p. 53.

Réception orale et écrite¹⁴

	Activités générales	Activités dans le cadre scolaire de l'enseignement / apprentissage de l'histoire
planification	Cadrer (choisir un cadre cognitif, mettre en œuvre un schéma, créer des attentes)	Identifier le genre de discours, ses contenus possibles
exécution	Identifier des indices et en tirer une déduction	Construire le sens des mots techniques ou des raisonnements historiques à partir de la connaissance de la langue et des connaissances historiques
évaluation	Vérifier des hypothèses : apparier les indices et le schéma	Recouper les hypothèses de compréhension et développer un sens critique
remédiation	Réviser les hypothèses s'il y a lieu	Réviser son point de vue sur une théorie, une explication, la validité des données, leur interprétation

Il est évident que les spécifications du CECR concernent plutôt la lecture comme compréhension que comme interprétation/réaction critique. Pour les langues d'enseignement, il est nécessaire de réinterpréter les stratégies de compréhension en fonction des savoirs disciplinaires (ici : la compréhension critique).

Interaction orale et écrite¹⁵

	Activités générales	Activités dans le cadre scolaire de l'enseignement / apprentissage de l'histoire
planification	Cadrer (sélectionner un mode d'action Estimer ce qui peut être considéré comme acquis Planifier les échanges	Pas de descripteurs pertinents dans le CECR, car les interactions entre enseignant et apprenant ou entre apprenants se déroulent dans la langue de scolarisation. Mais il convient de comprendre ce qui est attendu des interactions en classe qui ont pour but d'explicitier les connaissances présentées et qui ne sont pas des interactions

¹⁴ d'après CECR. p. 60.

¹⁵ d'après CECR. p. 70.

		sociales ordinaires. Il importe donc de connaître leurs enjeux en termes de transmission des connaissances.
exécution	Prendre son tour Coopération (interpersonnelle) Gestion de l'aléatoire Demander de l'aide	Ces spécifications sont tout à fait pertinentes dans le cadre de débats, discussions, controverses sur des questions historiques organisés en classe
évaluation	Contrôler (le schéma et l'action) Contrôler (l'effet et le succès)	Pas de spécificité particulière pour les genres verbaux relatifs à l'histoire en classe ou hors de la classe
remédiation	Faire clarifier Clarifier Remédier à la communication	Pertinent en ce qui concerne la terminologie, les mots étrangers, les connaissances, les formes du raisonnement, de l'explication historiques...

Ces descripteurs de stratégies doivent, comme on le voit, être spécifiés, si cela est possible, dans le cas des genres « mathématiques ». Cette grille de référence doit être considérée comme provisoire. D'un point de vue pédagogique, les descripteurs de planification, qui concernent la préparation des interventions (orales ou écrites) par les apprenants devraient sans doute être plus développés que celles relatives au contrôle ou à la correction (saut dans le cas de PO ou PE). Ces compétences stratégiques sont valables pour toutes les disciplines. Il faudra donc les confronter à la manière dont elles sont spécifiées par exemple, dans les sciences exactes.

5.2. Compétence discursive

On a utilisé le concept de genre de discours (ou genre discursif) pour désigner les formes prises par la communication, telle qu'elle s'effectue dans une communauté de communication et une situation données.

Les genres de discours sont des formes discursives spécifiques identifiées comme telles par un nom ordinaire et par certaines caractéristiques (lieu physique, type de participants, medium...) des situations où elles prennent place : une conférence, un fait-divers, une anecdote, une dispute, un mythe, une prière...

Les textes qui relèvent d'un genre donné tendent à se conformer aux régularités caractérisant ces discours ; ces régularités concernent aussi bien les contenus que la structure et ou les réalisations verbales. Un texte est plus ou moins conforme au genre dont il est une réalisation particulière. Les genres des discours eux-mêmes sont plus ou moins contraints et ritualisés (un sermon vs une conversation à bâtons rompus).

La notion de genre de discours est moins abstraite que celle de type de texte (type narratif, descriptif, injonctif, expositif, argumentatif...). Des typologies de cette nature n'ont jamais véritablement été en mesure de décrire des classes de textes, puisqu'on

reconnaît facilement qu'un texte concret répond simultanément, le plus souvent, à plusieurs types. On pourra cependant conserver cette typologie pour désigner l'allure (ou le régime discursif) que prennent certains segments de textes : dans le genre de discours « critique de film, roman, disque... » des médias écrits, on trouve assez régulièrement au début un segment d'allure descriptive ou narrative (film) ; les textes se poursuivent par un segment d'allure évaluative, suivi d'un résumé et d'une évocation des principaux éléments de l'objet étudié.

Dans la mesure où la production de textes complets relevant d'un genre s'effectue en fin de cycle secondaire, cette catégorisation par types de textes (dits souvent opérations discursives, cognitives...) pourra permettre d'identifier antérieurement des activités langagières limitées.

Une des finalités de l'éducation plurilingue et interculturelle, et donc des langues d'enseignement, est d'élargir le répertoire discursif des apprenants (dans les/des langues de leur répertoire de langues) par rapport à leur expérience/compétence première des genres discursifs et de leur donner l'occasion de nouvelles expériences (à travers des textes et documents) de la diversité des cultures et de l'altérité.

Comme pour les autres matières, les programmes d'enseignement des mathématiques peuvent s'articuler autour de genres de discours :

- genres considérés comme entrant déjà dans le répertoire des apprenants (manuels ; environnement d'apprentissage ; sites Internet proposés aux élèves par des élèves, des enseignants ou des organismes ; réseaux sociaux, wikis, groupes Internet ; documentaires scientifiques ; illustrations et animations de relations et de fonctions [abstraites], brochures d'information ; formes discursives d'autres matières dans lesquelles des méthodes ou des modes de présentation mathématiques sont utilisés ; jeux mathématiques, casse-tête, devinettes, etc.) ;
- genres présents dans l'environnement social de l'apprenant (périodiques, presse d'intérêt général, parutions scientifiques ; sites Internet, applets, logiciels de géométrie dynamique, logiciels de calcul formel, modes d'emploi recourant aux mathématiques ; débats de spécialistes, débats publics et/ou politiques structurés, etc.) ;
- genres auxquels l'enseignement des mathématiques vise à donner une certaine initiation.

Pour le choix des genres de discours auxquels on veut familiariser les apprenants, on tiendra compte, en premier lieu, du statut scientifique des discours de science et mathématiques, c'est-à-dire de leur localisation au sein de la circulation des nombreux textes qui ont un rapport aux mathématiques et aux sciences naturelles. Par exemple et pour nous en tenir aux genres écrits, on peut juger important que les apprenants soient mis en contact avec :

- les genres discursifs scientifiques rédigés par des spécialistes pour des spécialistes (articles, communications, monographies, thèses...) en mathématiques ou dans d'autres sciences et disciplines où les mathématiques jouent un rôle ;
- les genres produits par des spécialistes, exposant des connaissances inédites mais destinés au grand public (dit « cultivé ») et rendus accessibles à celui-ci ;
- les genres relevant de la vulgarisation rédigés sous forme d'ouvrages par les historiens

- professionnels, les amateurs éclairés, des auteurs spécialisés dans la divulgation historique
- les genres journalistiques de la presse spécialisée ;
- genres relevant de la vulgarisation présentés sous forme d'ouvrages ou d'émissions télévisées par des scientifiques de métier, des amateurs éclairés et des auteurs spécialisés dans la diffusion des sciences ;
- genres journalistiques de la presse spécialisée dans des questions relatives aux mathématiques et aux sciences naturelles ;
- genres journalistiques de la presse quotidienne concernant des questions, des méthodes et des débats touchant à des questions scientifiques ou mathématiques (comptes rendus d'ouvrages publiés, de « découvertes », interviews de mathématiciens, de scientifiques, de non-spécialistes, etc.) ;
- genres didactiques sous forme de manuels de mathématiques ou d'autres matières dans lesquelles les mathématiques sont utilisées, de mémentos à usage scolaire, de présentations multimédias en film ou vidéo ;
- genres didactiques sous forme de manuels de vulgarisation mathématique, de documentation et de jeux à destination pédagogique ;
- genres encyclopédiques : recueils de formules, dictionnaires, encyclopédies, Wikipédia, l'Internet en général, etc. ;
- les témoignages directs consignés dans des genres comme les mémoires, les autobiographies, souvenirs, journaux personnels...;
- œuvres de fiction ou « littéraires » à caractère scientifique ou mathématique : romans, films, séries télévisées, etc.

Le choix des genres de discours dont on estime que les apprenants doivent en faire l'expérience dépend des choix généraux déjà décrits (valeurs, situations sociales de communication, connaissances mathématiques et scientifiques, statut de détenteur du savoir, controverses associées, etc.) mais il peut être modulé plus finement en fonction de descripteurs relatifs à :

- la nature des activités pédagogiques qui vont s'appuyer sur ces textes (RE, PE...)
- le degré de maîtrise attendu pour chacun d'eux (voir 3 et 4)
- la proximité ou familiarité des genres par rapport à ceux dont les apprenants ont déjà l'expérience
- l'intérêt (ou la motivation) que ces genres peuvent susciter

On peut aussi se fonder sur les caractéristiques propres aux genres :

- longueur des textes qui en relèvent
- prévisibilité de ceux-ci (plan prévisible, forme des paragraphes prévisible, formulations prévisibles...)
- présence de titres et d'intertitres explicites, de résumés...
- présence d'iconographie, illustrations, cartes, schémas...

Ces inventaires peuvent être utilisés comme base pour le choix du genre discursif adapté à l'enseignement des mathématiques à l'école, et comme listes de référence pour évaluer le matériel et les genres discursifs utilisés dans différentes parties d'Europe. Ils peuvent également être utiles pour orienter les choix dans la préparation de cursus et de programmes d'enseignement potentiellement différents quoique fondés sur des catégorisations analogues des formes discursives.

5.3. Compétence formelle

À la compétence lexicale, terminologique et discursive s'ajoute une compétence plus formelle de manipulation des macrostructures et microstructures des genres discursifs. Cette compétence joue un rôle décisif en ce qu'elle détermine la capacité d'expression langagière des processus cognitifs qui sous-tendent l'analyse (compréhension) et la construction (production) des formes discursives concrètes (ou textes).

5.3.1. Catégories pragmatiques et cognitives

Les conventions formelles des genres de discours (c'est-à-dire les réalisations linguistiques et structurelles de textes) peuvent être décrites au moyen de catégories qui ne relèvent pas de la syntaxe de la phrase.

Il peut s'agir de catégories telles que les actes (ou fonctions) de langage ou, à un niveau plus élevé et plus abstrait, les fonctions discursives. Ces catégories analytiques appliquées aux textes (et aussi, ou alternativement, aux processus cognitifs) doivent être considérées comme la représentation discursive des processus cognitifs et de leur réalisation linguistique (au sens de mise en scène), sollicitée pour l'élaboration ou l'exposition du savoir.

Les fonctions discursives déterminent simultanément les opérations cognitives et leur réalisation verbale ; elles sont à l'interface entre la connaissance et la verbalisation, et comportent des opérateurs (ou termes) tels que les suivants¹⁶:

<i>analyser</i>	<i>définir</i>	<i>mettre en relation/confronter/recouper</i>
<i>argumenter</i>	<i>distinguer</i>	<i>nommer</i>
<i>évaluer</i>	<i>énumérer</i>	<i>esquisser</i>
<i>calculer</i>	<i>expliquer</i>	<i>prouver</i>
<i>classifier</i>	<i>illustrer/exemplifier</i>	<i>raconter</i>
<i>comparer</i>	<i>induire/inférer</i>	<i>rapporter un discours</i>
<i>décrire/représenter</i>	<i>interpréter</i>	<i>résumer</i>
<i>déduire</i>	<i>juger/évaluer/apprécier</i>	<i>préciser [...]</i>

Parmi ces nombreuses fonctions discursives, certaines sont d'ordre fondamental ou global, et relativement distinctes pour ce qui est des opérations cognitives et des formes discursives impliquées – ce sont les « macro fonctions ». D'autres peuvent apparaître et jouer un rôle dans plusieurs macros fonctions – ce sont les « méso fonctions » et les « micro fonctions », que nous regrouperons sous le terme « micro fonctions » pour les besoins du présent document. Il faut ranger parmi les macro fonctions, au moins, les fonctions suivantes :

¹⁶ Voir la liste détaillée dans Vollmer et autres 2008, issue de l'analyse des programmes modernes de sciences (et d'autres disciplines) pour la classe 9/10 en Allemagne. Voir aussi l'ensemble de macrofonctions dérivées de cette analyse (Vollmer 2009, mise à jour dans Vollmer 2011).

1. Explorer, traiter, documenter
2. Nommer, définir
3. Décrire
4. Rendre compte
5. Expliquer
6. Évaluer
7. Argumenter
8. Échanger, négocier
9. Raconter
10. Créer
11. Réfléchir (par exemple sur le parcours d'apprentissage et ses résultats)
12. Agir (symboliquement ou en simulation)

À chaque macrofonction se rattache un grand nombre de microfonctions, notamment :
Parmi les nombreuses micro fonctions, on peut citer les suivantes :

Poser des questions	Catégoriser	Présenter	Conjecturer
Interroger	Collecter	Subdiviser	Prédire
Deviner	Sélectionner	Contextualiser	...
Identifier	Rapporter	Structurer	
Classifier	Résumer	Contraster	

Ces micro fonctions s'inscrivent à un niveau inférieur à celui des macro fonctions mais concernent elles aussi, simultanément, les activités cognitives et verbales.

Toutes les macrofonctions évoquées ci-dessus auraient une place importante dans la description du discours de l'éducation mathématique. En revanche, un sous-groupe spécifique d'opérations et de processus cognitifs et discursifs ressort nettement parmi les microfonctions dans ce contexte, comme :

- *Rapporter* (la solution d'un problème, une exploration)
- *classifier* (des objets, des propriétés, des relations, des méthodes mathématiques)
- *définir /déterminer* (un terme ou une situation mathématique)
- *représenter* des objets, des relations ou des données mathématiques)
- *interpréter* (une situation mathématique, les résultats d'un calcul)
- *mettre en parallèle et/ou en opposition* un problème et la solution trouvée)
- *déduire tirer des conclusions* (à partir de données)
- *justifier* (les étapes d'une solution, l'approche ou la méthode choisies, des décisions)
- *intégrer* (une observation, un résultat dans un ensemble plus vaste)
- *soumettre à réflexion, mettre en balance* (des parcours d'apprentissage, les arguments pour ou contre des décisions)
- [...]

Pour chacune de ces opérations, il est possible d'identifier les ressources linguistiques nécessaires à sa réalisation, avec les variantes à prévoir d'un genre à l'autre. Il est probable que les expressions (verbes, opérateurs verbaux) référant à ces opérations cognitives ont des équivalents dans toutes les langues ; il devrait donc être possible d'en dresser des inventaires transposables (communs à différentes langues ou différentes disciplines).

Pour constituer ces inventaires des éléments nécessaires à l'expression des opérations cognitives discursives dans des genres de discours donnés, on aura intérêt à utiliser ici aussi, autant que possible, les Descriptions de niveaux de référence du CECR¹⁷.

5.3.2. Catégories linguistiques pour la description de genres discursifs

On peut décrire les genres discursifs au moyen d'actes de langage et ou d'opérations cognitives, mais aussi au moyen de fonctions discursives reliant connaissances et verbalisation, puisqu'un genre discursif est un objet verbal régi par la connaissance qui le sous-tend. Les fonctions discursives (aux niveaux micro et macro) se distinguent de l'énoncé, du texte, de l'acte de langage, du type de texte, etc. Leurs conventions verbales peuvent être caractérisées :

- par types d'énoncés relativement stables, dans le cas de genres rigides, de formules, etc.
- par plans généraux, ou parties de structure, relativement stables ou prévisibles; il peut s'agir de séries d'actes de langage ou d'opérations cognitives successifs (par exemple, la séquence « représenter, interpréter, recouper »)
- par formes de réalisation préférentielles dans un genre donné. Cette conformité (et non leur correction ou leur grammaticalité) détermine l'adéquation des énoncés à des « règles » partagées de bonne formation des genres discursifs.

¹⁷ Disponibles ou en cours de réalisation pour l'anglais, l'allemand, l'espagnol, le français, l'italien, le grec, le portugais...

Ces conventions peuvent être décrites à partir de catégories linguistiques générales (c'est-à-dire indépendantes des langues) comme :

- formes de réalisation de l'énonciateur (par ex. en français : je/me, nous, on, il impersonnel + verbe, passif, pronominal...);
- formes de réalisation du destinataire ;
- présence, distribution et formes attendues (dans un genre donné) des modalités assertives, appréciatives, éthiques et autres ;
- présence, absence, distribution et forme des indications métadiscursives (annonce du plan du texte...);
- formes type de certains paragraphes ;
- tonalité discursive (sérieux, humour, touches personnelles...)
- [...]

Les catégories descriptives utilisées pour analyser un discours peuvent servir de point de départ pour déterminer des descripteurs de maîtrise formelle, notamment en réception ou en production. Il faut cependant tenir compte des aspects suivants :

- les textes relevant d'un même genre de discours sont conformes à des degrés divers au modèle (souvent non explicité) ;
- les genres discursifs eux-mêmes sont susceptibles d'être plus ou moins régulés globalement ou dans certains de leurs éléments (par exemple, le début des articles scientifiques est souvent assez conventionnel ou prévisible contrairement à l'attaque des articles de presse).

La spécification des formes doit être sous-tendue par les compétences linguistiques escomptées dans d'autres disciplines et dans la langue comme sujet, ce qui appelle une coopération et une coordination transversales.

5.3.3. Réalisation de la compétence discursive : deux exemples

Exemple 1 : pour annoncer un plan (en PO), on aurait des descripteurs comme :

L'apprenant est capable de produire (E ou O) une annonce de plan adaptée au genre considéré (ici l'exposé devant la classe), en mobilisant certaines des ressources langagières ci-dessous :

[Mettre en évidence la structure du discours qui va suivre]

[annonce du schéma général]

- Je vais parler de/examiner/traiter la question/le problème...
- Je parlerai de...
- Mon sujet est le suivant...

[chaque élément étant introduit par des éléments d'articulation mais non d'ordre (premièrement, deuxièmement, troisièmement..., considérés comme une maladresse dans certaines langues)]

- tout d'abord, d'abord, pour commencer...
- ensuite, puis, le deuxième point...
- le point suivant...
- pour finir, le dernier aspect...

[annonce de la fin]

- enfin, pour conclure, pour terminer, en conclusion

Exemple 2 : rendre compte d'une exploration ou d'une expérience mathématique (E) – à l'aide de descripteurs comme :

L'apprenant est capable de décrire (E) :

- les buts de l'exploration ou de l'expérience ;
- les moyens choisis ;
- ses constatations ;
- ses résultats ;
- la généralisation que l'on peut en attendre ;

en mobilisant certaines des ressources langagières suivantes :

[mettre en évidence la structure du discours à venir : introduction]

- Je vais maintenant rendre compte de...
- Mon compte rendu traite de...
- Je vais aborder...

[annonce du but général de l'exploration ou de l'expérience mathématique]

- L'exploration/expérience avait pour but de... Il s'agissait de déterminer si, dans quelle mesure, combien...
- L'exploration/expérience servait à examiner/traiter la question/les problèmes de...
- Dans cette exploration/cette expérience, j'ai examiné...
- Il nous avait été demandé d'explorer/d'observer/de trouver...

[mentionner les sous-thèmes nécessaires, comme : les moyens adéquats, la réalisation de l'exploration ou de l'expérience, la constatation et la documentation des phénomènes réguliers et des écarts ; chaque point sera introduit dans un paragraphe avec des outils d'articulation]

- tout d'abord, d'abord, pour commencer, au départ, etc. ; le dispositif mis en place consistait en...
- puis, alors... une procédure a été lancée...
- l'étape suivante a consisté à....
- une fiche d'observation avait été préparée pour...
- on a pu constater/observer que...

[Annonce des résultats de l'exploration ou de l'expérience, des conjectures possibles, de la nécessité d'apporter des preuves et/ou de la fin (du compte rendu)]

- En conséquence, nous constatons/il apparaît que...
- Notre exploration/expérience nous a montré...
- En ce qui concerne le but de l'exploration/de l'expérience...
- Une généralisation possible serait de dire que nous pouvons nous attendre à..., mais... /Une conjecture possible serait que...
- Pouvons-nous démontrer.../Il semble à peu près certain que..., mais pouvons-nous le prouver ?
- Enfin, etc.
- Pour conclure, pour terminer, en conclusion...

Les inventaires de ce type peuvent être partiellement communs à plusieurs langues ou disciplines, mais comportent nécessairement des réalisations spécifiques dans chaque langue du fait de leur structure morphosyntaxique et de la diversité des genres de discours dans la classe, un pays, une discipline.

6. Synthèse et perspectives : seuils et étapes de développement

Les utilisateurs sont invités à déterminer dans les catégories ci-dessus quels seuils de connaissances/compétences langagières (dans les types de discours liés aux mathématiques) doivent avoir atteints les apprenants, en fonction :

- des niveaux de compétence attendus (IO, PO...)
- des genres de discours à maîtriser (en réception ou en production) ;
- des opérations cognitives ou des fonctions discursives à pouvoir reconnaître ou produire ;
- des formes requises à cette fin, à maîtriser de manière correcte et appropriée.

Les analyses empiriques de réalisation de ces formes dans des productions d'apprenants (copies d'examen, par exemple) ayant suivi des formations de cette nature ou dans d'autres discours auxquels ils sont exposés (manuels) devraient permettre d'estimer si les résultats sont effectivement atteints, et donc d'apprécier si ces seuils sont véritablement à la portée des apprenants.

7. Bibliographie sélective

Beacco, J.-C. (2010). Eléments pour une description des compétences linguistiques en langue déscolarisation nécessaires à l'apprentissage/enseignement de l'histoire (fin de la scolarité obligatoire). Une démarche et des points de référence. Récupéré de: http://www.coe.int/t/dg4/linguistic/langeduc/boxd2-othersub_FR.asp?#s2 (12 Novembre 2012)

Beacco, J.-C., Coste, D., van de Ven, P.-H., Vollmer, H. (2010) : « Langues et matières scolaires – dimensions linguistiques de la construction des connaissances dans les curriculums ». Linguistic dimensions of knowledge building in school curricula. Récupéré de: http://www.coe.int/t/dg4/linguistic/Source/Source2010_ForumGeneva/KnowledgeBuilding2010_en.doc (7 November 2012)

Beacco, J.-C., Byram, M., Cavalli, M., Coste, D., Egli Cuenat, M., Goullier, F. & Panthier, J. (2010) : Guide pour le développement et la mise en œuvre de curriculums pour une éducation plurilingue et interculturelle. Récupéré de: http://www.coe.int/t/dg4/linguistic/Source/Source2010_ForumGeneva/EPI_Executive2010_FR.pdf (7 November 2012)

CDIP (Conférence suisse des directeurs cantonaux de l'instruction publique) (2011). Compétences fondamentales pour les mathématiques. Standards nationaux de formation. Adoptés par l'Assemblée plénière de la CDIP le 16 juin 2011. Récupéré de: http://edudoc.ch/record/96783/files/grundkomp_math_f.pdf (14 Juin 2011)

Conseil de l'Europe, 2001 : Cadre européen commun de référence pour les langues : apprendre, enseigner, évaluer, 2001. Récupéré de: http://www.coe.int/t/dg4/linguistic/Source/Framework_fr.pdf (7 novembre 2012)

DeSeCo (2005): La définition et la sélection des compétences clés. Résumé. Récupéré de: <http://www.deseco.admin.ch/bfs/deseco/en/index/03/01.parsys.34011.downloadList.72115.DownloadFile.tmp/2005.dskcexecutivesummary.fr.pdf> (12 November 2012)

- KMK (2004) : Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Hauptschulabschluss nach Klasse 9, Récupéré de: <http://www.kmk.org/dokumentation/veroeffentlichungen-beschluesse/bildung-schule/allgemeine-bildung.html#c7540> (7 November 2012)
- OCDE (2003). PISA 2003 Cadre d'évaluation, connaissances et compétences en mathématiques, lecture, sciences et résolution de problèmes — Publications 2003. Récupéré de: <http://www.OCDE.org/dataOCDE/46/14/33694881.pdf> (7 November 2012).
- OCDE (2009). PISA 2009 Cadre d'évaluation. Compétences clés en Lecture, Mathématiques et Sciences. Récupéré de: http://www.OCDE.org/document/44/0,3746,en_2649_35845621_44455276_1_1_1_1,00.html (7 November 2012)
- OCDE 2010 : PISA 2012 Mathematics Framework. Draft subject to possible revision after the field trial. Récupéré de: <http://www.pisa.OCDE.org/dataOCDE/8/38/46961598.pdf> (2 July 2011)
- Pieper, I. (2011). Eléments pour une description des compétences linguistiques en langue de scolarisation nécessaires à l'apprentissage/enseignement de la littérature (fin de la scolarité obligatoire). Une démarche et des points de référence. Strasbourg: Council of Europe. Récupéré de: http://www.coe.int/t/dg4/linguistic/langeduc/boxd2-othersub_FR.asp?#s2 (12 Novembre 2012)
- Schweizerische Konferenz der Erziehungsdirektoren (EDK) (2011). Grundkompetenzen für die Mathematik. Nationale Bildungsstandards. Récupéré de: http://edudoc.ch/record/96784/files/grundkomp_math_d.pdf (7 Novembre 2012)
- Sinclair, J. M. H. & Coulthard, R. M. (1975) : Towards an analysis of discourse: The English used by teachers and pupils. Oxford University Press, Oxford.
- Thürmann, E., Vollmer, H. J. & Pieper, I. (2010) : Languages of schooling: focussing on vulnerable learners. Council of Europe. Récupéré de: http://www.coe.int/t/dg4/linguistic/Source/Source2010_ForumGeneva/2-VulnerLLearnersThurm_EN.pdf (7 November 2012)
- Vollmer, H. J. (2009). Langue(s) des autres disciplines. Strasbourg : Council of Europe. Récupéré de: http://www.coe.int/t/dg4/linguistic/LangEduc/BoxD2-OtherSub_en.asp#LangOthSubE (7 November 2012)
- Vollmer, H. J. (2010). Eléments pour une description des compétences linguistiques en langue de scolarisation nécessaires à l'apprentissage/enseignement des sciences (fin de la scolarité obligatoire). Une démarche et des points de référence. Strasbourg: Council of Europe. Récupéré de: http://www.coe.int/t/dg4/linguistic/langeduc/boxd2-othersub_FR.asp?#s2 (12 Novembre 2012)
- Vollmer, H. J. (2011). Schulsprachliche Kompetenzen. Zentrale Diskursfunktionen. Osnabrück: Universität Osnabrück. Récupéré de: <http://www.anglistik.uni-osnabrueck.de/vollmer> (7 November 2012)
- Vollmer, H., Thürmann, E., Arnold, C., Hammann, M. & Ohm, U. (2008). Elements of a Framework for Describing the Language of Schooling in Subject-Specific Contexts : À German Perspective. Strasbourg : Council of Europe (Draft Version, 8.12.2008 ; to be published in 2012).
- Winter, H. (1995). Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik, 61, 37-46.