

CONSEIL DE LA COOPÉRATION CULTURELLE
COMITÉ DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE



COE073872

L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES AU NIVEAU UNIVERSITAIRE

→ Version anglaise publiée
par HARRAPS

**RAPPORT PRÉSENTÉ PAR
F. FIALA, PROFESSEUR A
L'UNIVERSITÉ DE NEUCHÂTEL**

Doc. CCC/ESR (71) 25

CONSEIL DE L'EUROPE
STRASBOURG - Septembre 1967

- TABLE DES MATIERES -

	page
Chapitre 1. <u>INTRODUCTION</u>	1
1.1. Cadre de l'enquête.	2
1.2. But immédiat de l'enquête.	2
1.3. Moyens utilisés.	2
1.4. Présentation du rapport.	6
Chapitre 2. <u>ACCES AUX ETUDES UNIVERSITAIRES</u>	8
2.1. Conditions d'entrée à l'université.	8
2.2. Age d'entrée à l'université.	12
2.3. Formation pré-universitaire.	13
2.4. Cas des étudiants étrangers.	18
Chapitre 3. <u>ETUDES UNIVERSITAIRES</u>	23
3.1. Titres et durée des études.	23
3.2. Programme des cours.	41
3.3. Matières enseignées.	72
3.4. Examen et contrôle des études.	89
Chapitre 4. <u>CONDITIONS DE L'ENSEIGNEMENT</u>	104
4.1. Corps enseignant et étudiants.	104
4.2. Moyens matériels.	109
Chapitre 5. <u>NOTES EN GUISE DE CONCLUSION</u>	112

A N N E X E S

I. Conclusions et recommandations d'un groupe de mathématiciens convoqué à Strasbourg les 27 et 28 février 1969.	118
II. Questionnaire envoyé à 148 universités européennes.	123
III. Liste des universités ayant répondu au questionnaire.	144
IV. Programme minimum commun pour l'étude des mathématiques au niveau universitaire.	148

Chapitre 1. INTRODUCTION

La présente étude sur l'enseignement des mathématiques au niveau universitaire fait partie d'une série d'études semblables figurant dans le programme du Comité de l'Enseignement supérieur et de la Recherche. Le Professeur F. Fiala, de l'Université de Neuchâtel (Suisse) a été invité à préparer une étude comparative sur l'état actuel et les tendances qui se font jour dans l'enseignement des mathématiques. L'enquête doit en particulier comporter une description des programmes existants et mettre l'accent sur les questions qui sont importantes pour déterminer une éventuelle équivalence matérielle de la formation offerte. Elle doit également donner des indications sur les développements futurs qui pourraient être jugés désirables.

Malheureusement, le Professeur Fiala est décédé alors qu'il venait de terminer son étude. Ce projet de rapport a été soumis à l'examen d'un groupe d'experts en mathématiques réunis à Strasbourg du 27 au 28 février 1969. Ont participé à cette réunion :

- Prof. H. Fieber, Université de Graz (Autriche)
- Prof. J. Depunt, Centre Universitaire Royal d'Anvers (Belgique)
- M. L. Mejlbo, Université d'Aarhus (Danemark)
- Prof. M. Barner, Université de Fribourg-en-Brigau (République Fédérale d'Allemagne)
- Prof. D. Bernard, Université de Strasbourg (France)
- Prof. H. Florin, Université catholique de Louvain (Saint-Siège)
- Prof. J.R. Timoney, Collège Universitaire de Dublin (Irlande)
- Brother Ch. Gatt, Collège d'Enseignement St-Michel (Malte)
- Prof. N.H. Kuiper, Université d'Amsterdam (Pays-Bas) -
Président
- M. J. Aarnes, Université d'Oslo (Norvège)
- Prof. H. Wallin, Université d'Umea (Suède)
- Prof. R. Bader, Université de Neuchâtel (Suisse)
- Prof. D.J. Kuenen, Université Royale de Leiden
(Représentant du Comité de l'Enseignement supérieur et de la Recherche)
- Prof. H. Cartan, Université de Paris (expert consultant)
- Prof. G. Letta, Université de Pise (observateur).

Les conclusions et recommandations formulées à l'issue de cette réunion figurent à l'Annexe I.

Le texte ci-dessous constitue la version finale du rapport du Professeur Fiala, telle qu'elle a été établie en tenant compte des amendements et informations supplémentaires apportés par les experts participant à la réunion dont il a été question plus haut.

1.1. - Cadre de l'enquête

Le problème qui nous est posé comprend tout d'abord une comparaison de l'état et des tendances actuels de l'enseignement des mathématiques dans les diverses universités, des programmes d'études, des exigences vis-à-vis des étudiants, des moyens pédagogiques et des conditions matérielles.

1.2. - Le but immédiat

Cette investigation assez vaste est une recherche de critères permettant de déterminer une certaine équivalence matérielle des études, dans l'espoir d'aboutir un jour à une reconnaissance juridique de l'équivalence des diplômes.

Un second objectif est de dégager certains éléments qui pourraient inspirer l'enseignement des mathématiques dans les universités européennes. Mais ceci sera plutôt la tâche des experts à qui la présente enquête ne doit servir que d'instrument d'information.

Dès maintenant, une précision s'impose pour éviter tout malentendu.

Il est évident que l'action entreprise par le Comité de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche a pour but un rapprochement des divers systèmes appliqués dans nos universités, une certaine homogénéisation des études, et de faciliter aux étudiants le passage d'une université à l'autre. Mais il me paraîtrait extrêmement fâcheux, voire dangereux pour l'évolution même de l'enseignement, de croire que l'équivalence que l'on cherche à définir consiste simplement à proposer à toutes les universités un programme d'études ou un règlement d'examens commun.

Je suis persuadé, après lecture des réponses reçues, que le problème qui nous est posé, à savoir l'établissement de certaines équivalences, est plus complexe qu'il semblait à l'origine et exige une solution beaucoup plus nuancée. Ce serait donc une grosse faute pour la réussite de nos travaux de considérer d'emblée notre recherche d'équivalence comme une simple tentative d'unification. Par ailleurs, il est sans doute superflu de rappeler à des mathématiciens le caractère conventionnel de toute relation d'équivalence.

1.3. - Les moyens utilisés

L'enquête dont les résultats sont contenus dans le présent rapport a pour base principale les réponses à un questionnaire qui a été envoyé à environ 150 universités. Certaines universités européennes, qui m'ont paru moins intéressées par l'enseignement des mathématiques et par les questions d'équivalence, n'ont pas

été touchées par l'enquête. Dans chaque université, le questionnaire a été envoyé soit au doyen de la Faculté des Sciences, soit au directeur de l'Institut de mathématique, soit personnellement à un collègue.

J'ai reçu une cinquantaine de réponses utilisables, plus quelques lettres indiquant les raisons pour lesquelles une réponse paraissait inutile. Certaines universités contactées ne connaissent pas un enseignement des mathématiques autonome. Par exemple, en Islande, à l'Université de Reykjavik, la mathématique n'est enseignée que comme branche auxiliaire, principalement pour la formation des ingénieurs et de quelques maîtres du degré secondaire ; un institut pour l'étude des mathématiques et de la physique est toutefois en voie de formation.

Je suis heureux de pouvoir remercier ici les collègues qui ont répondu, plusieurs avec un soin et une précision remarquables. Si la présente enquête aboutit à quelques résultats, c'est en grande partie à leur peine que nous le devons.

Dans les renseignements que j'ai cherché à rassembler, il faut distinguer ceux qui sont relatifs à des questions de fait et ceux qui relèvent plus ou moins de l'opinion de mes correspondants. C'est surtout ce type de questions qui a conduit plusieurs des collègues consultés à mentionner expressément que leurs réponses étaient personnelles et n'engageaient ni leurs collègues, ni l'université à laquelle ils appartiennent. Il est de mon devoir de leur donner acte de leurs réserves.

La liste suivante indique les universités qui ont été sollicitées, et les noms soulignés désignent celles dont le correspondant a renvoyé le questionnaire ou des renseignements utilisés dans le présent rapport.

La mention E.T. désigne une Ecole Technique Supérieure ayant rang d'université dans son pays.

AUTRICHE : Graz, Innsbruck, Vienne, Graz (E.T.), Vienne (E.T.).

BELGIQUE : Bruxelles, Gand, Liège, Louvain, Mons (E.T.).

DANEMARK : Aarhus, Copenhague, Copenhague (E.T.).

ESPAGNE : Barcelone, Madrid, Pamplona, Santiago de Compostella, Séville, Valencia, Saragosse.

FRANCE : Aix-Marseille, Besançon, Bordeaux, Caen, Clermont-Ferrand, Dijon, Grenoble, Lille, Lyon, Montpellier, Nancy, Nantes, Nice, Orléans, Paris, Poitiers, Reims, Rennes, Strasbourg, Toulouse.

GRECE : Athènes, Thessalonique.

IRLANDE : Dublin, Cork, Galway.

ISLANDE : Reykjavik.

./.

ITALIE : Bari, Bologne, Cagliari, Catania, Ferrare, Florence, Gênes, Messine, Milan, Modène, Naples, Padoue, Palerme, Parme, Pavie, Pise, Rome, Turin.

NORVEGE : Bergen, Oslo, Trondheim (E.T.).

PAYS-BAS : Amsterdam, Amsterdam (Université Libre), Groningen, Leiden, Nimègue, Utrecht, Delft (E.T.), Eindhoven (E.T.).

REPUBLIQUE FEDERALE

D'ALLEMAGNE : Berlin, Bochum, Bonn, Erlangen-Nuremberg, Francfort-sur-le-Main, Fribourg-en-Brisgau, Giessen, Göttingen, Hambourg, Heidelberg, Kiel, Cologne, Mayence, Marburg, Munich, Münster, Sarrebruck, Tübingen, Würzburg, Aix-la-Chapelle (E.T.), Berlin (E.T.), Brunswick (E.T.), Clausthal (E.T.), Darmstadt (E.T.), Hanovre (E.T.), Karlsruhe (E.T.), Munich (E.T.), Stuttgart (E.T.).

ROYAUME-UNI :

Angleterre : Birmingham, Bristol, Cambridge, Durham, Essex, Exeter, Hull, Leeds, Leicester, Liverpool, Londres, Manchester, Newcastle upon Tyne, Oxford, Reading, Sheffield, Southampton, Sussex, Coventry.

Ecosse : Aberdeen, Edinburgh, Glasgow, St. Andrews, Strathclyde.

Pays de Galles : Cardiff, Aberystwyth, Bangor.

Irlande du Nord : Belfast.

SUEDE : Göteborg, Lund, Stockholm, Uppsala.

SUISSE : Bâle, Berne, Fribourg, Genève, Lausanne, Neuchâtel, Zurich, Zurich (E.T.).

TURQUIE : Ankara, Erzurum, Izmir, Istanbul.

Des renseignements sur l'organisation générale des études universitaires ont aussi été tirés des rapports publiés par le Conseil de l'Europe et qui concernent d'autres disciplines.

Il a été tenu compte enfin de certaines enquêtes faites par d'autres organismes. Je mentionnerai plus spécialement :

a) les rapports des symposia sur l'harmonisation de l'enseignement des mathématiques dans les universités européennes (Paris 3-5 octobre 1960, Düsseldorf 23-25 mars 1962 ; documents du Conseil de l'Europe CCE/Project 11/1 et CCC/ESR Project 11/2, non publiés).

Du second de ces rapports, je tire l'indication suivante (p. 1) :

./.

"Le but commun de ces deux réunions était d'établir des projets d'harmonisation de l'enseignement des mathématiques dans les Universités et Ecoles supérieures d'Europe, afin de faciliter ultérieurement la solution du problème de l'équivalence des diplômes universitaires et de rendre possible dès maintenant les échanges d'étudiants pendant le cours de leurs études fondamentales."

C'est des deux rencontres indiquées ci-dessus qu'est issu le Livret européen de l'étudiant (dont le programme figure à l'Annexe 3) qui devait justement faciliter les échanges.

Je crois malheureusement que le second but mentionné (échange d'étudiants) n'a pas encore été complètement atteint. Sauf erreur, le Livret a été fort peu utilisé, bien qu'il soit aujourd'hui épuisé et qu'on semble avoir renoncé à le rééditer. Cette question n'est d'ailleurs pas liée directement aux objectifs qui nous sont proposés.

Le premier but, par contre, touche de manière fondamentale à notre propre problème.

J'ai donc cru bon d'utiliser le travail accompli et de proposer le programme détaillé du Livret européen de l'étudiant comme terme de comparaison de la matière étudiée dans les diverses universités. On trouvera le résultat de cette comparaison au Chapitre 3 du présent rapport.

b) L'enquête organisée par l'UNESCO sur l'enseignement des mathématiques dans les universités, étude comparative des programmes et des méthodes dans les universités de la République Fédérale d'Allemagne, Etats-Unis, France, Royaume-Uni, Japon, Pologne, Tchécoslovaquie, U.R.S.S. Cette enquête, non publiée, contient des renseignements extrêmement précieux pour le problème abordé ici.

L'enseignement universitaire des mathématiques est évidemment un sujet très vaste qui touche à plusieurs disciplines et, dans certaines universités, à plusieurs facultés.

J'ai cru devoir restreindre l'enquête à l'enseignement des mathématiques aux mathématiciens et à ce que j'ai appelé les 1er et 2ème niveaux (laissant de côté les études du 3ème cycle, postgraduate ou en vue d'un doctorat).

Si j'ai presque complètement exclu de mon enquête certaines catégories d'étudiants : physiciens, chimistes, ingénieurs, économistes, etc..., ce n'est pas que je sous-estime l'importance des applications des mathématiques. Mais ce problème, surtout sous l'aspect des équivalences, doit être traité par les représentants des disciplines en question, ou du moins avec leur collaboration.

./.

Quant aux études du 3ème niveau, je n'ai fait qu'effleurer la question, ces études variant d'une université à l'autre dans une mesure telle que, pour le moment du moins, le problème de l'équivalence des titres, aussi bien que celui d'une homogénéisation de l'enseignement, ne paraît pas pouvoir être examiné avec quelque utilité. Une seule exception a pu être faite au Royaume-Uni pour le titre de Master of Science qui, pour diverses raisons, est susceptible d'être comparé à certains titres continentaux.

1.4. - Présentation du rapport

Certains des rapports commandités par le Conseil de la Coopération Culturelle ont fait une large place à une étude détaillée de l'enseignement de la discipline en cause, considéré dans chaque nation séparément.

Il ne m'a pas paru nécessaire de suivre la même voie pour les mathématiques. Dans l'ensemble des sciences, les mathématiques jouissent certainement d'une situation particulière et d'un statut privilégié.

C'est d'une part une science très ancienne, la plus ancienne si l'on pense à tous les résultats fondamentaux découverts dans l'antiquité ou plus tard et qui sont aujourd'hui encore valables malgré certains changements de perspective. Les mathématiciens ont donc eu tout le temps de faire leur choix dans l'immense arsenal de connaissances qu'ils ont lentement élaboré. Et les querelles parfois assez vives qui les opposent sur le plan pédagogique ne sont souvent en fait que des conflits d'écoles, et relèvent plus d'une question de forme et de présentation que de fond et de matière. Il y a donc une relative unité de fait.

La mathématique est considérée d'autre part comme une science-clé. Dès l'école primaire, l'arithmétique et la langue maternelle constituent les deux piliers de l'enseignement. Dans l'enseignement, l'initiation aux mathématiques élémentaires représente un terrain de choix pour le développement du raisonnement et pour la formation générale de l'esprit. Enfin, la mathématique apparaît comme le langage adéquat de la composante théorique de nombreuses disciplines, et met à leur disposition de précieuses techniques pour formuler des prévisions ou estimer la valeur de leurs résultats. C'est dire que les mathématiciens n'ont en général pas trop de peine à défendre leurs positions face aux autres disciplines.

Une troisième raison, très matérielle, fait aux mathématiques une situation privilégiée : la modicité des crédits qu'elle requiert. A l'heure où le moindre laboratoire nécessite des sommes considérables, les autorités responsables - même et surtout si elles disposent de moyens limités - n'ont, à part quelques exceptions, pas trop de peine à satisfaire les demandes des mathématiciens.

Toutes ces raisons expliquent pourquoi le présent rapport n'a nullement besoin de prendre la forme d'un plaidoyer "pro mathematica" ou d'une défense de notre discipline, face aux empiètements des autres branches ou à l'incompréhension des autorités.

Ces raisons expliquent aussi pourquoi l'enseignement des mathématiques dans les divers pays a beaucoup plus de poids qu'il n'y paraît à première vue.

Ce sont aussi ces raisons qui m'ont poussé à entreprendre directement une étude comparée de la situation, sans passer par une description préalable de la situation dans chaque pays.

L'ordonnance de ce rapport présente l'inconvénient de fragmenter les questions de manière parfois exagérée, bien que le commentaire qui termine chaque paragraphe cherche à synthétiser les renseignements détaillés qu'il contient.

Cette présentation a peut-être l'avantage de confronter plus directement les réponses des diverses universités sur chacun des éléments que j'ai estimés devoir jouer un rôle dans la recherche d'une définition de l'équivalence des études et des titres.

L'ancienneté même de la science mathématique, le fait qu'elle soit enseignée au long de toute la scolarité, et les nombreux rapports qu'elle a avec d'autres disciplines constituent autant de risques d'inertie ou de sollicitation. Enfin, on ne saurait nier un développement assez considérable de la mathématique au cours du dernier demi-siècle et un déplacement assez important des centres d'intérêts et de ce qu'on peut appeler les théories fondamentales.

A la remorque de la recherche, l'enseignement a évolué dans toutes les universités, mais la rapidité de cette évolution dépend de facteurs multiples, du nombre et du dynamisme des professeurs, de la qualité et du nombre de leurs collaborateurs, des capacités et de la destination des étudiants.

Il n'est pas question de réduire toutes les différences, mais à l'heure où les contacts et les échanges se multiplient, il semble désirable de maintenir un certain équilibre, et précisément de confronter la situation et les possibilités de l'enseignement dans les diverses universités. Pour que cet effort soit profitable, il faut d'une part que les pays et universités qui se considèrent en tête du progrès manifestent de la compréhension et apportent l'appui de leur expérience à ceux qui sont moins favorisés et, d'autre part, que les universités qui accusent certaines insuffisances en prennent conscience et s'efforcent de les combler elles-mêmes.

C'est une contribution à ce double effort que voudrait constituer le présent rapport, par la confrontation aussi objective que possible de la documentation qui m'a été fournie.

Chapitre 2. ACCES AUX ETUDES UNIVERSITAIRES

Puisque l'on se propose de comparer les études dans les diverses universités, la première comparaison semble devoir porter sur l'entrée des étudiants à l'université.

Quelles sont les conditions d'entrée ?

Quel est l'âge d'entrée des nouveaux étudiants ?

Quel est leur niveau de préparation ?

2.1. - Conditions d'entrée à l'université

Dans la liste suivante, j'indique :

- 1) Le titre principal donnant accès aux études universitaires,
- 2) Quelques autres titres (avec conditions éventuelles),
- 3) L'existence d'examens d'entrée à l'université parallèlement à l'admission suivant les deux précédentes voies.

AUTRICHE : 1) Maturazeugnis.

BELGIQUE : 1) Certificat d'études moyennes supérieures (ou certificat homologué d'humanités, suivant l'ancien régime) et

Diplôme d'aptitude à accéder à l'enseignement supérieur (examen de maturité)

- 2) Diplôme d'école technique secondaire supérieure ou d'enseignement artistique et

Diplôme d'aptitude à accéder à l'enseignement supérieur. Certains titres jugés équivalents.

- 3) Diplôme d'examen d'admission, selon programme déterminé par un arrêté, mais n'exigeant aucun titre préalable.

DANEMARK : 1) Diplôme de fin d'études secondaires (Studentereksamen)

FRANCE : 1) Baccalauréat (série C, D ou T)

- 2) Baccalauréat (série A ou B) après consultation du dossier scolaire et autorisation du doyen, ainsi que nombreux titres français ou étrangers dont la liste figure dans l'annuaire des universités.

- 3) Examen d'entrée en Faculté.

GRECE : 1) Titre d'Etat.

ITALIE : 1) Diploma di maturità.

2) Diploma finale d'Istituto tecnico (pas toutes les sections).

MALTE : 1) Trois niveaux "avancés" dans le General Certificate of Education (G.C.E.)

NORVEGE : 1) Examen artium.

PAYS-BAS : 1) Diplôme de fin d'études secondaires.

REPUBLIQUE FEDERALE

D'ALLEMAGNE : 1) Reifezeugnis (Abitur).

ROYAUME-UNI :

Angleterre : 1) General Certificate of Education, avec certaines conditions (précisées dans le commentaire suivant).

2) --

3) Dans certaines universités, cours préparatoire.

Ecosse : 1) Certificate of Attestation of Fitness.

SUEDE : 1) Examen de fin d'études secondaires (Studentexamen).

SUISSE : 1) Certificat de maturité ou baccalauréat.

2) Suivant les universités : diplôme de technicien-ingénieur (+ examen de culture générale),
Brevet d'instituteur (+ examen de mathématiques),
Maturité commerciale (+ examen de sciences).

3) A l'Ecole polytechnique fédérale, Zurich : Examen d'admission total ou partiel (branches scientifiques ou culture générale suivant la formation antérieure).

TURQUIE : 1) Diplôme de fin d'études d'un lycée (+ examen d'admission portant sur les mathématiques, la physique, la chimie et les langues étrangères).

COMMENTAIRE

1) Chaque pays connaît un titre principal donnant l'accès à l'université. Ce titre est en principe suffisant (sauf au Royaume-Uni et en Turquie).

./.

Mais ce titre peut être de plusieurs types. Par exemple, le baccalauréat français, le Reifezeugnis allemand, le diploma di maturità italien, le certificat de maturité suisse peuvent être orientés dans plusieurs directions :

latin-grec,
latin-langues vivantes,
scientifique.

Dans la plupart des pays continentaux, ces divers types de diplôme de fin d'études secondaires sont l'aboutissement d'études conduites suivant un programme relativement rigide et comprenant en général certaines branches principales bien déterminées (langue maternelle, souvent mathématiques, etc.), des branches secondaires aussi déterminées et éventuellement un nombre restreint de cours à option.

Dans la plupart des pays ces divers types donnent tous accès aux études de mathématiques.

2) En France, les types "mathématiques" et "mathématiques et technique" permettent, sans autre formalité, l'inscription aux études de mathématiques. Les types "philosophie" et "sciences expérimentales" permettent l'inscription "par décision individuelle du Doyen, prise après consultation du dossier scolaire. En cas de refus du Doyen, l'étudiant pourra subir, sur sa demande, un examen oral destiné à vérifier ses connaissances et ses aptitudes".

3) On sait que l'organisation des études au Royaume-Uni diffère passablement du système en vigueur sur le continent.

Le General Certificate of Education (G.C.E.) anglais exige donc une description spéciale (voir par exemple la brochure publiée par le Careers Research and Advisory Centre). Il est ouvert à toute personne de plus de 16 ans et se déroule à deux niveaux, le niveau ordinaire (O-Level) et le niveau avancé (A-Level).

Le O-Level correspond à la préparation des candidats ayant suivi quatre ou cinq ans de scolarité dans les Grammar Schools (où se recrutent effectivement la grande majorité des candidats).

Le A-Level correspond à la préparation des candidats qui ont suivi encore deux ans d'enseignement de plus et sont donc âgés de 18 ans en moyenne.

Tous les examens sont écrits, mais il existe aussi des épreuves orales en langues vivantes et des épreuves pratiques en sciences.

La grande caractéristique du système britannique est la possibilité laissée à chaque élève de faire son propre choix entre les diverses disciplines pour les études et les examens du G.C.E.

Par exemple, les candidats à l'enseignement supérieur qui ont réussi les examens du O-Level choisissent librement trois branches principales et préparent sur ces trois branches les examens du A-Level. Evidemment, pour poursuivre certaines études à l'université et préparer certains examens les branches choisies doivent satisfaire à certaines conditions.

Ces conditions varient d'une université à l'autre et forment tout un dédale administratif dans lequel il est fort difficile de pénétrer, à moins d'être habitué aux coutumes britanniques.

Ces conditions comprennent des conditions d'immatriculation à l'université, par exemple le G.C.E. avec cinq ou six branches, dont deux au moins au A-Level, souvent l'anglais, parfois une langue étrangère, les mathématiques, et en outre, des conditions d'études, notamment pour l'admission aux "honours courses" (voir chapitre suivant), par exemple un ou deux A-Level passés en mathématiques, éventuellement des conditions en physique.

Mais toutes ces conditions ne sont en général pas encore suffisantes et ne garantissent pas une place à celui qui y satisfait. Comme le nombre de places dans les collèges est limité, un choix doit être fait entre les candidats, qui ne sont admis que s'ils ont obtenu des notes (grades) suffisamment élevées.

A Oxford et à Cambridge, les conditions dépendent du collège où s'inscrit le candidat.

Celui-ci doit parfois passer un véritable concours d'entrée (un peu plus difficile, semble-t-il, que les examens du A-Level du G.C.E. en mathématiques pures et appliquées).

Certaines universités font passer des examens d'entrée pour l'attribution des bourses (important dans un pays où les études coûtent cher) ou la répartition des étudiants dans les différentes classes.

Le Certificate of Attestation of Fitness est délivré par le Scottish Universities Entrance Board à des élèves titulaires du G.C.E. anglais avec six branches dont deux aux A-Level, ou cinq branches dont trois aux A-Level, ou bien à des élèves porteurs du Scottish Certificate of Education (S.C.E.) ou enfin à des candidats ayant réussi le Scottish Universities Preliminary Examination, avec des conditions minimales de réussite dans un certain nombre de branches.

Tout ceci montre que le problème d'entrée à l'université est un de ceux que les Anglais traitent selon des méthodes propres, qui semblent exclure la notion même d'équivalence.

La situation est à peu près la même en Ecosse, quoique les conditions d'admission paraissent plus comparables entre elles.

4) A côté du titre principal indiqué pour l'admission à l'université, quelques universités ont indiqué des titres secondaires donnant accès aux études universitaires. Si j'en juge par la pratique en Suisse, ces voies d'accès liées à des usages régionaux devraient être plus fréquentes qu'il n'a été signalé.

Pour le problème de l'équivalence de l'accès aux études universitaires, il semble raisonnable de ne retenir pour chaque pays que le titre principal et de laisser aux universités la responsabilité de tous les cas particuliers qu'elles désireront envisager.

2.2. - Age d'entrée à l'université

Quant à l'âge d'entrée dans les diverses universités, on peut admettre que l'âge minimum est généralement de 18 ans et l'âge moyen autour de 19 ans. L'âge minimum ne semble toutefois fixé explicitement par les règlements que dans quelques universités (par exemple Neuchâtel, Suisse : 18 ans) et même certaines dérogations peuvent être envisagées ; en fait, il est déterminé par les règlements ou les exigences du certificat d'études secondaires. Sous ces réserves, tous les pays indiquent 18 ans comme âge minimum, sauf l'Angleterre, l'Ecosse et Malte qui indiquent 17 ans. Un cas extrême est signalé à Utrecht (Pays-Bas) : celui d'un étudiant de 12 ans (probablement non admis aux examens).

Comme âge moyen d'entrée à l'université, il a été indiqué :

18 ans pour la Belgique, la France, les Pays-Bas,
l'Angleterre et l'Ecosse,

19 ans pour l'Autriche, la Grèce, l'Italie et la Turquie,

19-20 ans au Danemark,

19 ans et demi, voire 20 ans pour la Norvège, la République
Fédérale d'Allemagne, la Suède et la Suisse.

Les réponses obtenues sont assez homogènes, et semblent bien indiquer au moins une tendance de l'âge moyen d'entrée à l'université pour les pays considérés. On sait d'autre part que la durée normale des études primaires et secondaires varie fort peu d'un pays à l'autre, et se situe vers 11 ou 12 ans (*). Des différences constatées, on peut proposer diverses explications :

Age des enfants au début de la scolarité,
Exigences au cours des études secondaires,
Elimination systématique des élèves moins doués,
Exigences aux examens finals.

Reste à savoir si l'âge d'entrée doit être pris en considération pour le problème de l'équivalence.

(*) 13 ans en République Fédérale d'Allemagne.

2.3. - Formation pré-universitaire

Il m'a paru bon de chercher à préciser sur quelques points le niveau de préparation des étudiants qui entrent à l'université.

Ceci est extrêmement difficile, et seuls des tests organisés sur le plan international permettraient de fournir des renseignements précis et détaillés sur cette question.

Voici pourtant quelques informations à ce sujet :

2.3.1. Nombre d'heures hebdomadaires dans les deux années qui précèdent l'entrée à l'université

- a) en mathématiques,
- b) en géométrie descriptive,
- c) en physique.

Langues étrangères censées connues par les étudiants

- d) nombre,
- e) principales.

	a	b	c	d	e
<u>AUTRICHE</u>	2-4	0-3	2-3	1-2	Angl. et/ou Franç.
<u>BELGIQUE</u>	6-8 ^{*)}	0-1	2	2	Néerl. ou Franç. ou Angl. ou All.
<u>DANEMARK</u>	6-6	0	3	3	Angl., All., Franç.
<u>FRANCE</u>	6-8	0	5	1-2	Angl., All.
<u>GRECE</u>	5-8	0	4-6	1	Franç. ou Angl.
<u>ITALIE</u>	2-4	0	2-4	1	Angl., Franç., All. ou Esp.
<u>MALTE</u>	6-12	0	0-6	1	Angl.
<u>NORVEGE</u>	4-6	1	3-5	3	All., Angl. et Franç.
<u>PAYS-BAS</u>	4	0	2	3	Angl., All. et Franç.
<u>REP. FED</u>					
<u>D'ALLEMAGNE</u>	3-5	0	0-3	1-2	Angl., Franç.

*) Sections "scientifique" ou "latin-mathématiques".

./.

	a	b	c	d	e
<u>ROYAUME-UNI</u>					
<u>Angleterre</u>	6-15	0	0-8	0-1	Franç., All.
<u>Ecosse</u>	4-6	0	4-6	1	Franç.
<u>SUEDE</u>	5-6	0-1	4	3	Angl., All., Franç.
<u>SUISSE</u>	3-6	0-3	2-4	1-2	All. ou Franç.
<u>TURQUIE</u>	7		4	1	Angl., Franç. ou All.

COMMENTAIRE

1) En ce qui concerne le nombre d'heures consacrées, au niveau secondaire, à l'enseignement des mathématiques et de la physique, on constate une grande variation à l'intérieur de chaque pays (due probablement surtout à l'orientation littéraire ou scientifique des candidats), et d'énormes différences entre les divers pays.

A noter la forte spécialisation au Royaume-Uni pour certains élèves.

Quant à la géométrie descriptive, elle semble bien être en voie de disparition. (En Suisse, par exemple, c'est un reliquat d'un Règlement fédéral de maturité, passablement vieilli).

On se souviendra que le nombre d'heures consacrées à une branche ne détermine pas à lui seul le niveau des études ; du moins indique-t-il l'importance relative attribuée à cette branche.

2) En ce qui concerne les langues étrangères vivantes censées connues des étudiants, on remarquera tout d'abord qu'elles peuvent être étudiées à des niveaux très variables. D'autre part, on peut les envisager sous deux angles dans la formation des étudiants : premièrement en considérant le temps et l'effort qu'elles demandent au niveau secondaire, parfois au détriment d'autres branches : deuxièmement, en soulignant la facilité qu'elles offriront par la suite aux étudiants pour prendre connaissance des ouvrages d'enseignement et de la littérature scientifique étrangère. A remarquer aussi que la langue nationale de chaque pays pose dans ce domaine un problème différent.

2.3.2. Dans le tableau suivant, je résume les réponses obtenues à la question 2.3.3. du questionnaire (Annexe 1) auquel on voudra bien se référer pour un énoncé complet des notions envisagées.

Le première ligne u indique, par pays, le nombre d'universités ayant répondu à la question. Les lignes suivantes indiquent le nombre d'universités ayant répondu affirmativement au sujet de la notion considérée.

	AUTRICHE	DANEMARK	FRANCE	GRECE	ITALIE	NORVEGE	PAYS-BAS	REP. FED. D'ALLEMAGNE	ECOSSE	MALTE	ANGLETERRE	SUEDE	SUISSE	TURQUIE
u.	1	1	4	1	2	2	1	11	3	1	6	2	7	1
Binôme	1	1	4	1	1 ^x	2	1	8	1	1	6	2	5	0
N. compl.	1	1	4	1	0 ^x	0	1	7	1	1	3	0	5	1
Séries	0	0	0	1	0	1	1	5	2	1	5	2	0	0
Cal. vect. 2 dim.	1	1	4	1	2	0	1	5	0	0	2	2	3	1
Cal. vect. 3 dim.	0	1	4	0	0 ^x	0	1	3	0	0	0	0	1	0
Cal. matr.	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
Coniques	1	1	1	0	0	2	0	8	0	1	1	0	5	1
Exp. et log.	1	1	4	1	2	2	1	10	1	1	6	2	5	0
Dérivée	1	1	4	1	0 ^x	2	1	11	3	1	6	2	5	1
Primitive	1	1	4	1	0 ^x	1	1	10	3	1	6	0	4	1
Intégrale	1	1	3	1	0 ^x	1	1	11	1	1	6	0	2	1
Intégration	0	1	1	0	0 ^x	2	1	11	2	1	6	0	2	0
Taylor	0	1	0	0	0	0	0	2	1	1	4	0	0	0
Equ. diff.	0	1	2	0	0	0	1	1	1	0	4	0	0	0
Fonct. plus. var.	0	1	1	1	0 ^x	0	1	1	0	0	0	0	0	0
Ensembles	1	1	4	1	1 ^x	0	1	3	1	0	0	2	1	0
Groupe, etc.	1	1	3	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0
Axiomatique	0	1	1	0	0 ^x	0	1	0	1	0	0	0	2	0
Probabilités	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	2	1	0

Notions censées
connues des étudiants
qui commencent des
études de mathématiques

COMMENTAIRE

1) Pour la plupart des universités, les exigences précédentes s'appliquent pratiquement à la totalité ou à la grande majorité des étudiants.

Toutefois, en Italie, les réponses correspondent aux élèves venant d'un lycée classique. L'astérisque indique que les chiffres seraient à modifier pour les élèves venant d'un lycée scientifique.

En République Fédérale d'Allemagne, les réponses concernent un pourcentage très variable d'étudiants (allant de 50 à 100 %).

2) Les réponses reçues varient passablement à l'intérieur d'un même pays. Ce manque d'homogénéité indique probablement une difficulté à fixer avec précision le niveau de départ des études universitaires en mathématiques, conséquence de la grande variété d'études secondaires qui y conduisent (voir 2.4. in fine).

En Suède, la grande majorité des étudiants a un niveau de connaissances supérieur au minimum requis (les notions de primitive, intégrale et intégration, par exemple sont souvent connues).

Au Danemark, toutes les matières de la liste doivent être apprises, sauf les séries et les matrices qui, l'une et l'autre, sont des matières à option, si bien que certains étudiants ont quelques notions de ces matières.

La théorie des fonctions réelles d'une variable (limites, continuité, différentiabilité, intégrabilité, (intégrale de Riemann)) est couverte très exactement par le programme en commençant par une description axiomatique des nombres réels. La théorie naïve des ensembles (opérations sur les ensembles, fonctions et relations (ordre et équivalence)) et symboles logiques y compris les quantificateurs est également traitée. Les cours portent également sur la définition axiomatique d'un groupe et d'un corps et sur les concepts d'isomorphisme et d'homomorphisme, à quoi s'ajoutent quelques développements élémentaires de cette théorie.

3) Il faut aussi prendre garde à l'interprétation des questions par les auteurs des réponses.

De nombreuses notions, qui sont présentées dans l'enseignement secondaire sous une forme intuitive et sommaire, seront reprises à l'université sous une forme plus rigoureuse.

Jusqu'où pousse-t-on le calcul des nombres complexes ?

Que faut-il entendre par "notion d'intégrale" ? Est-elle introduite comme l'aire intuitive de certains domaines, ou à l'aide d'approximation par des fonctions en escalier.

Que faut-il entendre par "Notion de groupe, anneau, corps" ?

4) Les notions mentionnées dans le tableau ne constituent qu'un échantillonnage de notions qui pourraient servir de base à l'enseignement universitaire.

Il n'était pas possible, ni même utile, de pousser plus loin l'enquête dans ce domaine sans en faire dévier le but. Mais peut-être que le problème vaudrait la peine d'être serré de plus près, car enfin c'est à l'enseignement universitaire lui-même de fixer les normes de ses exigences.

5) En conclusion, on constate un accord assez général positif au sujet des notions suivantes : Binôme de Newton, fonctions exponentielle et logarithmique, notion de dérivée, de primitive et même d'intégrale (Exception faite de l'Italie pour les trois dernières notions).

On constate un accord négatif sur le calcul matriciel, les fonctions de plusieurs variables, la notion de théorie axiomatique et le calcul des probabilités.

Les autres notions laissent apercevoir certaines divergences, au sujet desquelles il pourrait être intéressant de chercher à prendre position. Il conviendrait alors, sans doute, de compléter la liste présentée ci-dessus.

Pour ma part, j'ai été fort surpris de la différence faite dans certaines réponses entre le calcul vectoriel à deux et à trois dimensions.

6) Il y a lieu de confronter le précédent paragraphe avec celui du rapport de l'UNESCO portant sur le même problème, et auquel j'ai simplement tenté d'apporter quelques précisions nécessaires.

Voici ce paragraphe :

"Les rapports des différents pays donnent des indications sur les programmes de mathématiques de l'enseignement secondaire dans ces pays. Les parties communes à tous ces programmes sont les suivantes :

Arithmétique et calculs numériques
Algèbre et calcul algébrique
Résolution des équations et inéquations les plus simples
Eléments de Géométrie plane et de Géométrie dans l'espace
Trigonométrie.

Il y a lieu d'ajouter les points suivants qui font déjà partie des programmes notamment en Autriche, en République Fédérale d'Allemagne, en France, au Japon, en Tchécoslovaquie et qui y figureront prochainement en Pologne à la suite de la réforme en cours :

./.

Eléments de Calcul différentiel
 Exponentielles et Logarithmes
 Nombres complexes
 Eléments de Géométrie analytique
 Eléments de Calcul vectoriel
 Notions sur les probabilités
 Notions sur les théories axiomatiques.

Au Japon, les programmes des "High Schools" paraissent être les plus avancés puisqu'ils contiennent une part de calcul intégral et, de plus, la théorie des probabilités et statistiques est assez poussée à ce niveau."

2.4. - Cas des étudiants étrangers

J'avais pensé que le cas des étudiants étrangers pouvait poser aux universités des problèmes particuliers. Les réponses ont montré que ce n'était guère le cas.

Seules quelques universités suisses ont indiqué une proportion assez importante d'étudiants étrangers pouvant s'élever jusqu'à 15 % à l'Ecole polytechnique (Eidgenössische Technische Hochschule) de Zurich et à 30 % à l'Université de Genève.

Dans les autres pays, la proportion d'étudiants étrangers ne dépasse guère 5 % (République Fédérale d'Allemagne, France, sauf éventuellement Paris), et ailleurs plusieurs universités n'en mentionnent actuellement aucun. Au Danemark, il n'y a que très peu d'étudiants étrangers qui étudient les mathématiques. Ils ne posent aucun problème. Mais il n'est pas impossible que l'intensification des contacts internationaux modifie cette proportion à l'avenir.

Les problèmes sont donc relativement faciles à régler, le plus souvent par un système d'"équivalence", parfois par un examen d'admission portant fréquemment sur la langue d'enseignement. A noter que certaines universités formulent explicitement les équivalences dans leur règlement (France, Royaume-Uni, etc.)^{*)} tandis que d'autres universités prennent souvent leurs décisions pour chaque cas individuellement. Ces diverses mesures permettent à la plupart des universités de dire que les étrangers qu'elles accueillent ont une préparation suffisante. Seules deux ou trois universités allemandes et la moitié des universités suisses font des réserves à ce sujet. Elles soulignent notamment que le niveau de préparation dépend fortement du pays d'origine.

*) En Belgique, des équivalences sont formulées dans des lois et des arrêtés royaux.

Les universités suisses ont été amenées à organiser en commun des examens d'admission et des cours préparatoires pour les ressortissants de certains pays (par exemple les pays en voie de développement), dont les certificats secondaires ne correspondent souvent pas au niveau de préparation exigé. On espère ainsi éviter à ces étudiants des expériences fâcheuses et l'aboutissement à un échec définitif après un trop long séjour à l'université.

✽

✽

✽

Pour terminer ce chapitre, il me reste à donner l'opinion de mes correspondants au sujet de l'uniformité de la préparation pré-universitaire et de l'admission aux études universitaires. Il s'agit d'ailleurs d'une question délicate, car les réponses obtenues semblent indiquer un assez fort coefficient personnel. D'autre part, le manque d'uniformité ou d'autres critiques faites à la préparation des étudiants au niveau secondaire n'empêchent pas de nombreux correspondants de considérer l'admission à l'université comme résolue de manière satisfaisante. Ils ont donc sagement fait une distinction entre les règlements d'admission à l'université et la préparation, au niveau secondaire, en séparant assez nettement ces deux problèmes.

FRANCE

Les avis sont assez variables quant à l'uniformité de la préparation secondaire et à l'admission à l'université.

Le Professeur Dieudonné (Nice) estime qu'en fait la préparation varie beaucoup selon les classes, que cette diversité est exagérée et que l'admission en faculté souffre de la concurrence des classes de préparation aux grandes écoles.

Le Professeur Fort (Poitiers) désirerait une information plus complète sur les structures fondamentales de l'algèbre et sur les éléments de l'analyse.

GRECE

La préparation, satisfaisante et à peu près uniforme, varie toutefois suivant les types de lycées.

ITALIE

Il existe une énorme différence entre la préparation des lycées scientifiques (qui ne fournissent parfois que le tiers de l'effectif des classes universitaires) et celle des lycées classiques et autres écoles.

./.

Une modification générale des programmes secondaires est actuellement à l'étude, dans le but de les adapter aux exigences universitaires (Professeur Andreatta (Pavie)).

Il faudrait hausser le niveau conceptuel et débarrasser les programmes du "vieux bric-à-brac", éventuellement libéraliser l'entrée et introduire une coupure après la première année (Professeur Lombardo-Radice (Rome)).

MALTE

La préparation n'est pas tout à fait uniforme en raison de l'adoption de deux jurys d'examen (Oxford et Londres) dans le G.C.E. (General Certificate of Education).

NORVEGE

Préparation uniforme. Pas de problème.

PAYS-BAS

Préparation uniforme. Pas de problème.

REPUBLIQUE FEDERALE D'ALLEMAGNE

Préparation pas ou peu uniforme.

Les causes en sont multiples :

- les différents types d'écoles secondaires et leur orientation différente ;
- insuffisance du nombre d'heures de mathématiques dans les gymnases humanistes.
- manque de maîtres, provoquant des suppressions momentanées de l'enseignement ;
- certaines expériences pédagogiques au niveau gymnasial ;
- l'organisation fédéraliste de l'enseignement (la République Fédérale d'Allemagne se compose de 11 Länder).

L'organisation actuelle donne lieu à des avis très partagés. Parmi ceux qui ne sont pas satisfaits de la situation présente, le Professeur Hirzebruch propose de renforcer les contacts entre les corps enseignants des universités et des gymnases.

ROYAUME-UNI

ANGLETERRE

Préparation pas ou peu uniforme.

Les causes indiquées en sont multiples :

- diversité des jurys d'examens ;
- variétés des types d'écoles ;
- différences de temps consacré aux mathématiques dans les années précédant l'université.

Mais j'ai signalé plus haut par quelles mesures les universités protègent le niveau de l'enseignement.

L'admission à l'université et la préparation secondaire sont donc considérées en général comme satisfaisantes, sauf pour l'Université d'Oxford, dont le Conseil de la faculté de mathématiques estime le programme secondaire périmé et déplore le manque de maîtres qualifiés.

ECOSSE

Préparation peu ou pas uniforme.

Avis divergents concernant la préparation.

Le Dr. Blyth, St. Andrews, donne une opinion personnelle et regrette le niveau trop élémentaire de la préparation et le manque de mathématiques modernes dans les écoles.

SUEDE

La préparation n'est pas uniforme du fait de la diversification de l'enseignement secondaire (technique, commercial, etc.).

SUISSE

Opinion nettement pessimiste quant à l'uniformité de la préparation. Pour expliquer ce manque d'homogénéité, on invoque :

- la multiplicité des titres d'enseignement secondaire permettant d'aborder les études de mathématiques à l'université ;
- le fédéralisme (l'enseignement primaire, secondaire et universitaire dépend des départements cantonaux, et il y a 22 cantons !) ;
- les essais de modernisation de l'enseignement dans certaines écoles secondaires.

Quant à l'admission à l'université, la situation donne lieu à des avis très partagés.

TURQUIE

Préparation pas très uniforme à cause des types différents de lycées.

L'admission n'est pas considérée comme satisfaisante, précisément à cause de ces différences, et parce que l'examen d'entrée ne garantit pas le succès futur d'un étudiant (note du rapporteur : seulement 20 % des étudiants abandonnent les études. Est-ce vraiment trop ? (voir paragraphe 3.1.2.)).

COMMENTAIRE

1) Un certain nombre d'universités constatent une absence d'uniformité dans la préparation pré-universitaire des étudiants, sans pour cela trouver insatisfaisante l'organisation de l'entrée à l'université. D'autres considèrent cet état de choses comme déplorable.

Les deux causes principales invoquées pour expliquer ce manque d'uniformité sont d'une part l'existence de plusieurs types d'études (classique, langues modernes, scientifique, technique, etc.) autorisant l'accès aux études universitaires de mathématiques et, pour des pays comme la République Fédérale d'Allemagne et la Suisse, la structure décentralisée de l'enseignement (les Britanniques qui pourraient faire la même remarque ne s'en plaignent pas).

Il semble bien que plusieurs pays devraient faire un effort pour admettre au début des études de mathématiques une population d'étudiants plus homogène. Peut-être pourrait-on examiner quelles mesures seraient le plus propres à obtenir un tel résultat.

2) Quant aux variations entre les divers pays, on ne doit pas les considérer avec trop d'inquiétude. Pourtant, il paraît utile d'énoncer un certain programme minimum ou moyen, précisant les notions généralement désirables pour entreprendre des études universitaires de mathématiques.

3) On aperçoit une certaine divergence entre les universités qui demandent une modernisation des études et celles qui se plaignent des expériences faites à ce sujet. Avons-nous à trancher ce débat ?

Les unes et les autres ont peut-être raison et tout est question de mesure ! Une évolution est nécessaire pour plusieurs pays, elle semble prendre en certains endroits une allure exagérée et un peu fanatique. Il y aurait lieu peut-être de proposer un certain équilibre.

Chapitre 3. ETUDES UNIVERSITAIRES

3.1. - Titres et durée des études

3.1.1. Titres et durée minimum des études

Voici tout d'abord la liste des titres auxquels conduisent les études dans les universités des divers pays. J'y ai adjoint la durée minimum des études et l'éventuelle distinction entre les études conduisant à l'enseignement, à la recherche ou aux applications. Quant à la répartition des étudiants entre ces trois orientations indiquées entre parenthèses (X, Y, Z), il s'agit dans presque tous les cas d'un renseignement approximatif. Nous obtiendrons ainsi une première classification des titres et une première esquisse d'équivalence.

AUTRICHE

Un nouveau régime des études est à l'étude. Il prévoit :

- (a) Mag. phil.
(ou éventuellement Mag. rer. nat.)

Durée minimum des études : 5 ans

Le titre de Mag. phil. sera décerné aux futurs professeurs de l'enseignement secondaire diplômés ainsi qu'aux étudiants ayant obtenu le diplôme de fin d'études pour une carrière autre que celle de professeur. (A l'Université de Graz, par exemple, 75 % de l'ensemble des étudiants en mathématiques deviennent professeurs).

- (b) Dr. phil.
(ou éventuellement Dr. rer. nat.)

Durée minimum des études : 1 an
(après le diplôme de fin d'études).

BELGIQUE

Grades légaux

(Grades qui ont été établis et dont les conditions d'admission et les programmes d'examens ont été fixés par le Pouvoir législatif lui-même).

./.

1) Candidat en sciences (sciences mathématiques)

Durée : 2 ans
 Au moins 1 épreuve

(Ce grade peut être obtenu aussi à titre scientifique).

2) Licencié en sciences (sciences mathématiques)

Durée : 2 ans (après la candidature)
 Au moins 1 épreuve

La licence comporte la présentation d'un mémoire de fin d'études.

(Ce grade peut être obtenu aussi à titre scientifique).

3) Agrégé de l'enseignement secondaire du degré supérieur

(Peut être obtenu pendant la même année que la licence).

4) Docteur en sciences

Durée minimum : 1 année de plus (après la licence)

Le titre est sans autre spécification dans la terminologie de la loi sur la collation des grades académiques ; il peut être obtenu aussi à titre scientifique.

5) Agrégé de l'enseignement supérieur

Durée minimum : 2 ans de plus (après le doctorat en sciences).

Le titre est sans autre spécification dans la terminologie de la loi sur la collation des grades académiques ; il peut être obtenu aussi à titre scientifique.

Grades scientifiques

(Grades qui ont été établis et dont les conditions d'admission et les programmes d'examens ont été fixés par les universités).

1) Candidat en sciences (sciences mathématiques)

Licencié en sciences (sciences mathématiques)

Docteur en sciences et

Agrégé de l'enseignement supérieur

} obtenus à titre
scientifique

2) Docteur spécial

Durée minimum : 2 ans après le diplôme de docteur en sciences.

Ce grade s'accompagne de la désignation de la science sur laquelle ont porté les épreuves. Il est accessible aux porteurs d'un grade scientifique de docteur.

3) Autres grades scientifiques accessibles aux licenciés en sciences (sciences mathématiques)

a) Licencié en sciences actuarielles

Durée : 2 ans (après la candidature en sciences)
2 épreuves :

La première épreuve peut être subie avant l'obtention du diplôme de licencié, la seconde épreuve ne peut être subie qu'un an au moins après le diplôme de licencié (normalement 2 ans après la licence en mathématiques).

b) Docteur en sciences actuarielles

Durée minimum : 1 an de plus (après la licence en sciences actuarielles).

c) Certificat complémentaire de mathématiques appliquées (à la Faculté polytechnique de Mons).

Durée minimum : 1 an

Le certificat comporte la présentation d'un travail personnel de l'importance d'un travail de fin d'études d'ingénieur ou d'un mémoire de licence.

Il y a quatre groupes :

Groupe I : Electricité générale, physique de particules électrisés, électronique.

Groupe II : Electricité générale, théorie des réseaux.

Groupe III : Mécanique théorique, thermodynamique, technique du froid.

Groupe IV : Elasticité, résistance des matériaux et stabilité des constructions, graphostatique.

Chacun des groupes comporte environ 185 heures de cours, exercices et travaux de laboratoire.

DANEMARK

a) Candidatus scientiarum (cand. scient.)

Pas de durée minimum fixée.

Dans la pratique, la durée minimum des études est de 5 ans et la durée moyenne probablement de 6 à 7 ans.

De nouveaux plans pour l'étude des mathématiques sont entrés en vigueur en 1960, si bien qu'un nombre relativement restreint d'étudiants ont déjà achevé leurs études dans le cadre de ces plans.

b) Magister scientiarum (mag. scient.)

Pas de durée minimum fixée pour les études.

Très peu d'étudiants se sont présentés à cet examen au cours de ces dernières années. Il n'en sera donc plus tenu compte dans les paragraphes qui suivent.

Aucune distinction n'est établie entre les trois orientations.

c) "Licentiat" en mathématiques

Deux ou trois années supplémentaires après le diplôme de mag. scient.

Ce nouveau diplôme ne sera mis en place que dans quelques années. Il sera du niveau d'un doctorat.

FRANCE (≡)a) La licence

Durée minimum : 3 ans

b) La maîtrise

Durée minimum : 4 ans

c) Le doctorat de 3ème cycle

Durée minimum : 6 ans (au moins)

d) Le doctorat d'Etat

Durée minimum : 7 ans et beaucoup plus.

En France, une réorganisation assez importante des études universitaires vient d'être effectuée. Elle consiste tout d'abord à introduire un nouveau titre : la maîtrise.

Ainsi, l'étudiant aura le choix entre des études abrégées qui aboutissent à la licence et débouchent sur l'enseignement dans certaines classes du secondaire, et des études longues (dites aussi normales) qui aboutissent à la maîtrise.

Le nouveau régime entre en vigueur en automne 1967. C'est dire qu'on n'en connaît pas encore toutes les conséquences, ni même le fonctionnement détaillé.

C'est pourtant le nouveau programme qui sera pris en considération dans la suite de l'enquête, bien que certains renseignements concernent plutôt l'ancien régime.

(≡) L'enseignement des mathématiques dans les grandes écoles (des établissements de niveau supérieur extérieurs à l'Université) n'est pas visé dans ce rapport.

Aux titres mentionnés dans la page précédente, on peut encore ajouter

- e) Le diplôme universitaire d'études scientifiques (D.U.E.S.), option mathématiques et physique (M.P.) pour les mathématiciens, qui sanctionne les études des deux premières années universitaires et constitue une première étape commune vers la licence ou la maîtrise,
- f) Le diplôme d'études supérieures de mathématiques qui se rattache au troisième cycle.

Ces renseignements montrent que les universités, en fait, font une certaine distinction quant au titre, aux programmes d'études et aux examens entre les étudiants orientés vers l'enseignement, la recherche et les applications.

Entre ces trois orientations, seule l'Université de Poitiers propose une répartition (80 %, 10 %, 10 %).

GRECE

Licence en mathématiques

Durée minimum : 4 ans.

Pas de distinction entre les trois orientations des étudiants, qui sont répartis dans la proportion de 85 %, 5 %, 10 %.

ITALIE

Laurea in matematica

Durée minimum : 4 ans.

Distinction, quant aux cours et examens, entre trois orientations : générale, didactique et appliquée (proportion 60 %, 10 %, 30 %) très variable suivant les universités.

Les étudiants qui ont réussi les examens de Laurea sont autorisés à porter le titre de "dottore in matematica". Cette habitude est parfois une source de malentendus, aussi bien en Italie qu'à l'étranger. Si l'on s'en tient aux exigences minimum, il ne s'agit évidemment pas d'un titre équivalent à un doctorat étranger, mais les exigences de certaines universités en font un titre supérieur à une simple licence (voir plus loin les paragraphes : "programmes et matière").

MALTE

a) Bachelor of Science

Durée minimum : 3 ans

b) Master of Science

1 ou 2 années supplémentaires.

NORVEGEa) candidatus magisteri

Durée minimum : 3 ans et demi.

b) candidatus realium

Durée minimum : 5 ans et demi.

c) magister scientiarum

Durée minimum : 5 ans.

Il n'est pas fait de distinction entre les trois orientations, sinon que les trois titres correspondent à une spécialisation croissante, et que le premier est orienté plutôt vers l'enseignement et le dernier vers la recherche.

PAYS-BASa) Examen de "candidat" - après 3 ans ;

Certains étudiants le préparent en 2 ans.

b) Doctoraal-examen - après 3 années supplémentaires ;

Certains étudiants n'ont besoin que de 2 années supplémentaires.

c) Le "doctorat" est obtenu grâce à une thèse qui peut être commencée après le doctoraal-examen.

On considère aux Pays-Bas que le doctoraal-examen correspond au Staatsexamen allemand. Il ne confère pas le titre de docteur, mais permet à son détenteur de commencer à travailler en vue d'un doctorat. Le titre de docteur est exigé pour la recherche.

La répartition entre les trois orientations n'est pas indiquée, mais on signale que de nombreux professeurs de lycées ne font pas leurs études à l'université.

REPUBLIQUE FEDERALE D'ALLEMAGNEa) (Premier) Staatsexamen
conduisant à la carrière d'enseignant dans les Gymnasien (lycées).

Durée minimum : 4 ans.

b) Diplomprüfung

conférant le titre de "Diplom-Mathematiker" et donnant accès à diverses carrières professionnelles.

Durée minimum : 4 ans.

c) Doktorprüfung (Promotion)

Examen de doctorat (Dr. rer. nat. = Doctor Rerum Naturalium) conduisant par exemple à la carrière universitaire.

Durée minimum des études : 4 ans.

En général, les étudiants font d'abord le Staatsexamen ou le Diplomprüfung et, le cas échéant, ensuite l'examen de doctorat (Doktorprüfung). Cela exige 1 à 2 ans et demi de plus.

Concernant le Staatsexamen, il faut préciser qu'il s'agit d'un examen organisé par l'Etat (Ministère de l'Education du Land), quoique certains examinateurs soient des professeurs d'université. Les examens diffèrent quelque peu dans les 11 Länder. L'étude des mathématiques y est conjuguée avec l'étude d'une autre discipline choisie librement par l'étudiant, le plus souvent la physique. Ceux qui désirent enseigner dans l'enseignement secondaire doivent faire un stage de 1 an et demi à 2 ans dans des écoles comme "Studienreferendare" après leur premier Staatsexamen ainsi qu'un deuxième (plus pédagogique) Staatsexamen (Assessorexamen) avant de devenir des enseignants définitivement qualifiés ("Studienassessoren").

Récemment, il est devenu possible dans quelques Länder de passer un Staatsexamen après 3 ans, conduisant - après le stage comme Referendar et le deuxième Staatsexamen - à la carrière d'enseignant dans les Realschulen (écoles moyennes) ou dans les premières classes du Gymnasium (lycée) (appr. jusqu'à l'âge de 16 ans).

La moitié des universités signalent qu'elles font une différence quant aux programmes d'étude et aux examens selon les diverses orientations. La répartition des étudiants est évaluée à 40 - 70 % pour l'enseignement, le reste pour la recherche et ses applications. Quelques réponses seulement précisent 5 à 10 % pour la recherche.

Ceux qui se dirigent vers la carrière universitaire doivent préparer une Habilitation. Pour arriver à l'Habilitation, il faut 2 - 5 ans après le doctorat. (Voir aussi p. 88 et 89).

ROYAUME-UNI

ANGLETERRE

a) Bachelor of Science (B. Sc.)
(ou Bachelor of Arts (B. A.)
Cambridge et quelques autres universités).

Durée minimum : 3 ou 4 ans.

- b) Master of Science (M. Sc.) 1 ou 2 années supplémentaires.
c) Doctor of Philosophy (Ph. D.) 2 années supplémentaires et plus.

Les particularités du système anglais par rapport à la plupart des systèmes continentaux exigent de nouveau quelques explications.

Tout d'abord, l'organisation et le niveau des études varient passablement d'une université à l'autre. D'autre part, l'étudiant a une très grande liberté, même dans les premières années, de choix dans la conduite de ses études.

Les cours de first degree (undergraduate) conduisent au titre de "bachelor". Celui-ci peut être obtenu soit avec la mention "Special ou Single Honours", soit avec la mention "General (ou combined) Degree with Honours", soit avec la mention "General Degree". Ces termes ne désignent pas une réussite particulière aux examens, mais toute une orientation des études, l'inscription dans des classes spéciales et la présentation à des examens spéciaux.

Dans le cas d'un "General Degree", l'étude des mathématiques est combinée avec un ou deux autres sujets assez variés pouvant même relever d'une autre faculté. Les mathématiques occupent donc une place limitée et restent à un niveau modeste. Je propose donc d'écarter de nos considérations le "General Degree" ordinaire, comme cela a d'ailleurs été fait implicitement pour des études analogues dans d'autres pays.

Le "General Degree with Honours" comporte l'étude d'au moins deux branches et exclut ainsi une spécialisation poussée dans l'une d'entre elles. Je propose donc de l'écarter aussi de nos considérations.

Les renseignements ultérieurs relatifs à l'Angleterre concernent donc, en principe, les études conduisant à un "Single ou Special Honours Degree" en mathématiques. Je me borne à signaler que la plupart des universités ont prévu des modalités de passage, pendant les études, des cours avec Honours aux cours ordinaires et vice versa pour les étudiants dont les capacités ne se révèlent pas adaptées aux exigences de la voie primitivement suivie.

A côté du titre de "Bachelor of Science" considéré ci-dessus, il conviendra naturellement de s'intéresser aux Higher Degree, et notamment au titre de "Master of Science".

La plupart des réponses au questionnaire considèrent qu'il n'y a pas de différence entre les études conduisant aux trois types d'orientation envisagés dans le questionnaire. Pourtant, le "General Degree" destine l'étudiant plutôt à l'enseignement et le "Single Honours Degree" à la recherche et aux applications. Ce dernier "degree" est d'ailleurs de beaucoup le plus fréquent.

ECOSSE

- a) Bachelor of Science
(ordinary B. Sc.) Durée minimum : 3 ou 4 ans.
- b) Bachelor of Science
(honours B. Sc.) Durée minimum : 4 ans.
- c) Master of Science
(M. Sc.) 1 à 3 ans supplémentaires.
- d) Doctor of Philosophy
(Ph.D.) environ 3 ans supplémentaires.

Comme en Angleterre, le B. Sc. (Ordinary) comporte plusieurs disciplines et les mathématiques peuvent n'y entrer que pour une petite part (par exemple 1 année). Ce titre ne sera plus considéré dans la suite du rapport.

Pas de distinction entre les trois orientations envisagées. Seule l'Université de Glasgow signale que la plupart des étudiants se destinent à l'enseignement ou aux applications.

SUEDE

- a) Fil. kandidat (grade de
Bachelor) au moins 3 ans.
- b) Fil. licenciat au moins 3 ans de plus.
- c) Fil. doktor 2 à 6 ans supplémentaires.

Le système suédois diffère de tous les autres systèmes en ce sens qu'il est le moins spécialisé. Sa souplesse va jusqu'à laisser à l'étudiant une grande liberté dans le choix des disciplines étudiées qui peuvent même appartenir à plusieurs facultés. Tout ce qu'on exige du candidat, c'est d'obtenir 6 points (6 betyg). Chaque semestre est consacré à une discipline (jusqu'au maximum de 4 points en mathématiques). Pendant ce semestre, l'étudiant se consacre entièrement, en général, à la discipline choisie.

Dans la suite, on considèrera uniquement le cas de l'étudiant ayant fait 4 semestres en mathématiques.

Aucune distinction de titre, de cours ou d'examen entre les trois orientations envisagées.

3) Certains titres correspondent à un programme d'études bien déterminé (licence et maîtrise, souvent diplôme des E.T. sup.). D'autres titres laissent un choix plus ou moins grand à l'étudiant (B. sc. general degree au Royaume-Uni, Philosophie Magister en Suède). Dans la suite, je ne retiendrai ces titres que dans la mesure où ils font la plus grande place aux mathématiques, mais il y a là certainement un problème concernant l'équivalence.

4) Certains titres correspondent déjà à une orientation de l'étudiant vers telle ou telle carrière future (licence et maîtrise).

D'autres titres, tout en portant un nom unique, peuvent correspondre à des études orientées de manières diverses (par exemple Laurea en Italie).

5) Mises à part quelques réponses exceptionnelles (par exemple Darmstadt E.T. (30 %, 10 %, 60 %)), on peut admettre que la répartition entre les trois orientations proposées est de l'ordre de :

Enseignement : 50 à 90 %,

Recherche : 5 à 20 %,

Applications : 10 à 30 %.

6) Dans la recherche d'une équivalence entre les études, il serait sage de se limiter à certains types d'études, et de considérer dans chaque pays celles où les mathématiques occupent une place prépondérante.

Par exemple

En France, celles qui conduisent à la licence et à la maîtrise.

En République Fédérale d'Allemagne, celles qui conduisent au Diplomprüfung et au Staatsexamen.

En Angleterre, celles qui conduisent au titre de Bachelor with special Honours et de Master of science.

Les autres voies d'études ne devraient éventuellement être considérées qu'en second lieu.

3.1.2. Durée des études

Pour compléter ces renseignements, j'ai essayé d'examiner de plus près la durée réelle des études et, accessoirement, les causes de leur prolongation. Ceci fournit une certaine indication d'une part sur l'homogénéité des classes, sur les capacités des étudiants et, d'autre part, sur la rigueur des exigences qui sont imposées.

C'est aussi à ce stade de l'enquête que j'ai tenté d'introduire la notion des 3 niveaux d'études.

1er niveau, propédeutique, en général 1 ou 2 ans.

2ème niveau, jusqu'à la licence ou au diplôme.

3ème niveau, recherche et spécialisation, préparation d'un doctorat.

Cette proposition a été bien accueillie par la plupart des correspondants, sauf par ceux de plusieurs universités anglaises qui ne pensent pas pouvoir accorder les études à ce schéma, ou seulement très difficilement.

En effet, cette répartition des études en niveaux ne correspond pas à la décomposition traditionnelle en undergraduates et postgraduates studies.

Mais comme elle facilite la comparaison des études pour la plupart des autres pays, je l'ai maintenue.

Le premier niveau désigne en fait les études de base et l'introduction aux grandes théories mathématiques. Elles se concluent en général après deux ans par un ou deux examens.

C'est cette norme que j'ai admise.

Cela cause une certaine difficulté pour l'interprétation des réponses de pays tels que la Norvège, la Suède et la Turquie, et naturellement pour la comparaison avec les études britanniques, problème qui exigera une attention particulière.

Le deuxième niveau, pour les pays qui ont admis cette notion, correspond à la présentation des grandes théories sous une forme classique ou moderne. Il dure normalement deux ans.

Quant au troisième niveau, il correspond à une spécialisation très marquée et débute avec la recherche proprement dite.

AUTRICHE

Il y a trois niveaux pour les études de mathématiques :

Le premier niveau dure deux ans. Il se termine par le premier "Diplomprüfung" qui consiste en plusieurs épreuves dans des matières particulières.

Le second niveau dure trois ans, au cours desquels sont données des connaissances plus précises et approfondies. On exige un mémoire ("Diplomarbeit"). Le second niveau se termine avec le deuxième "Diplomprüfung".

./.

Le troisième niveau est caractérisé par une spécialisation poussée et la préparation d'une thèse de doctorat ("Dissertation"). Il dure au minimum un an. Le troisième niveau est seulement accessible aux diplômés. Il se termine par des examens ("rigorosa") de doctorat (Dr. phil.).

DANEMARK

Les études sont divisées en deux parties qui ne correspondent pas exactement aux premier et deuxième niveaux proposés ci-dessus. Le diplôme de candidatus scientiarum (cand. scient.) est d'un niveau un peu supérieur à celui de "Bachelor", qui se situe normalement au terme du deuxième niveau.

Il n'y a pas de ligne de partage nette entre les première et seconde parties des études en ce sens que l'étudiant peut commencer à suivre les cours de la seconde partie sans être arrivé à la fin de la première partie. Cette pratique est d'ailleurs prescrite. Par conséquent, il est assez difficile de préciser le sens des mots durée moyenne des études. Cette réserve étant faite, on peut indiquer ce qui suit :

La première partie dure théoriquement trois ans, mais pratiquement quatre ans en moyenne.

La durée de la seconde partie n'est pas fixée, mais elle est en général de deux à trois ans.

Les raisons suivantes ont été mentionnées pour expliquer la durée prolongée de la première partie :

- capacités insuffisantes des étudiants ;
- le fait que le programme de la première partie pourrait être trop difficile pour l'étudiant moyen ;
- des soucis d'économie.

La proportion des étudiants qui abandonnent les études soit après avoir échoué aux examens, soit sans s'être présentés à aucun examen, est d'environ 40 %.

FRANCE

Le 1er niveau, appelé 1er cycle, dure théoriquement 2 ans.

Le 2ème niveau (2ème cycle) dure 1 an pour la licence, 2 ans pour la maîtrise.

A ce propos, il faut remarquer que le nouveau régime introduit un changement assez considérable par rapport au régime antérieur qui prévoyait un premier niveau d'une durée théorique d'une année.

Il faut notamment corriger dans ce sens tous les renseignements relatifs au premier "cycle" qui sont contenus dans le rapport de l'UNESCO (par exemple Ann. 4, p. 7).

D'assez nombreux étudiants doivent prolonger leurs études d'environ une année pour l'un ou l'autre niveau (ou pour chacun). Seule l'Université de Poitiers fournit des chiffres et indique qu'environ 20 % des étudiants qui commencent des études, les terminent dans le temps minimum, 40 % après prolongation et 40 % abandonnent. Mais le nouveau régime n'a pas encore été expérimenté ; on peut espérer qu'il corrigera cette fâcheuse distribution.

On signale comme principale cause d'échec une préparation antérieure et des capacités insuffisantes, parfois des occupations annexes dont la plus fréquente est l'enseignement comme surnuméraire au niveau secondaire.

GRECE

Le 1er et le second niveaux durent chacun théoriquement 2 ans, pratiquement 2 à 3 ans.

60 % des étudiants terminent dans le temps minimum, 30 % après prolongation et 10 % abandonnent.

Les causes d'échec sont une préparation et des capacités insuffisantes et des occupations annexes (un peu d'enseignement comme surnuméraires).

ITALIE

Le 1er et le 2ème niveaux durent théoriquement chacun deux ans, mais une très petite partie des étudiants terminent dans le temps minimum, 5 à 30 %. Beaucoup terminent après une prolongation d'études de 2 à 4 ans, 10 % abandonnent. On ne mentionne pas de troisième niveau.

Comme causes d'échec, on signale une préparation et des capacités insuffisantes, un manque d'application et passablement d'occupations annexes (enseignement secondaire et autres).

NORVEGE

Le 1er niveau dure 1/2 année. Le 2ème niveau devrait durer 3 ans et demi, mais pratiquement il dure 4 ans.

50 % des étudiants terminent dans le temps minimum, 25 % après prolongation, 25 % abandonnent.

Causes d'échec : toutes celles proposées dans le questionnaire.

PAYS-BAS

Le 1er niveau dure théoriquement 2 ans, parfois une année de plus.

Le 2ème niveau dure théoriquement 2 ans, souvent 1 ou 2 années de plus.

15 % des étudiants terminent dans le temps minimum,
50 % après prolongation,
35 % abandonnent.

Trop d'étudiants consacrent du temps à des occupations annexes rémunérées, mais il ne s'agit pas d'enseignement secondaire. "Les délices de la vie estudiantine" seraient une fréquente cause d'échec.

REPUBLIQUE FEDERALE D'ALLEMAGNE

Chacun des deux niveaux dure théoriquement 2 ans ou 2 ans et demi, pratiquement 2 ans à 3 ans et demi.

0 à 10 % des étudiants terminent dans le temps minimum, environ 60 % après prolongation.

30 à 40 % abandonnent les études.

La principale cause d'échec signalée est le manque de capacités du candidat. Dans une mesure moindre, on signale une préparation antérieure insuffisante, voire des occupations annexes (jamais dans l'enseignement secondaire), ou le service militaire.

Plusieurs correspondants prennent la peine de signaler :

- le début tardif des études,
- le travail insuffisant pendant la période où il n'y a pas de cours magistraux (5 mois par an),
- l'absence d'une limitation de la durée des études,
- le manque d'information au début des études et le manque de contact entre maître et étudiant,
- les exigences spéciales de certains professeurs,
- la liberté académique,
- la tendance au conformisme.

./.

Le Professeur Hirzebruch (Bonn) signale encore parmi les causes de prolongation des études pour les étudiants qui préparent le Staatsexamen :

- 1) l'obligation d'étudier de manière approfondie deux disciplines, par exemple les mathématiques et la physique,
- 2) l'obligation de consacrer un temps appréciable à la philosophie et à la pédagogie.

ROYAUME-UNI

ANGLETERRE

Comme nous l'avons vu, les études en Angleterre sont organisées suivant un régime qui diffère fondamentalement de la plupart des régimes continentaux. Le rôle qu'y jouent les Degrees, avec ou sans Honours, a poussé plusieurs correspondants à récuser la répartition en trois niveaux proposée dans le questionnaire. D'autres correspondants ont présenté une répartition qui s'adapte mal à une tentative d'équivalence. C'est donc a posteriori qu'il conviendra d'examiner comment les études peuvent être comparées avec des régimes reposant sur les 3 niveaux proposés.

Pour le moment, je me bornerai à rappeler que les études conduisant au B. Sc. durent suivant les universités, 3 ou 4 ans et les études conduisant au M. Sc. 1 ou 2 années de plus.

Toutefois, dans le cas de 4 ans d'études, il semble parfois que la première année consiste à aborder les mathématiques à un niveau plus élémentaire et à étendre sur 2 ans la matière traitée ailleurs en une année.

Quant à la durée des études, il convient de mentionner une particularité des universités britanniques : c'est une limitation assez sévère de la durée des études grâce aux conditions d'entrée et à l'existence de travaux cotés en cours d'année qui permettent de surveiller plus facilement qu'ailleurs le travail des étudiants, et d'éliminer rapidement ceux qui ne donnent pas satisfaction.

C'est pourquoi on peut signaler que 60 à 95 % des étudiants terminent dans le temps minimum, 0 à 10 % terminent après prolongation et 5 à 10 % abandonnent les études (sauf à Liverpool : 60 %, 30 %, 10 %).

Les conditions d'échec sont principalement le manque de capacités. Les étudiants consacrent un peu de temps à des occupations annexes, surtout pendant les vacances, donc pas comme surnuméraires dans l'enseignement secondaire.

ECOSSE

Bien que l'organisation des études en Ecosse diffère peu du régime anglais, les réponses admettent en général la répartition en trois niveaux.

Les études conduisant au B. Sc. (Honours Degree) et B.A. durent en général 4 ans, les 2 premières années sont souvent ouvertes à de très nombreux candidats et les classes d'Honours ne commencent parfois qu'à la 3ème année.

- C'est ce qui permet facilement de poser :

1er niveau 2 ans.

2ème niveau 2 ans.

(Bien que le Dr. Hunter (Glasgow) ait proposé :

1er niveau : 4 ans ; 2ème niveau : 1 - 2 ans).

Cette suggestion s'appuie sur le fait que le premier niveau peut correspondre à un premier degré, le second niveau aux études pour le "Master of Science" et le troisième niveau à celles pour le "Ph. D. (philosophiae doctor)".

Même remarque qu'en Angleterre quant à la durée réelle des études, qui peuvent être prolongées au plus d'une année.

50 à 80 % des étudiants terminent dans le temps minimum,

10 à 30 % après prolongation,

10 à 20 % abandonnent.

Comme cause d'échec principale, on signale les capacités insuffisantes ; un peu de temps consacré à des occupations annexes pendant les vacances.

SUEDE

Premier niveau - une année

Pendant cette année, les étudiants étudient seulement les mathématiques (y compris un peu d'analyse numérique et éventuellement de statistique, mais pas de physique).

Deuxième niveau - deux années

La seconde de ces deux années est consacrée exclusivement aux mathématiques et la première à une ou deux autres matières (par exemple la physique, l'analyse numérique ou la statistique).

Les études peuvent être fortement prolongées, parfois jusqu'à 6 ans.

25 à 50 % des étudiants terminent dans le temps normal,

25 à 50 % après prolongation,

25 à 50 % abandonnent.

Causes d'échec : capacités insuffisantes, éventuellement préparation antérieure insuffisante. Pas ou peu d'occupations annexes.

SUISSE

Les études peuvent être réparties en trois niveaux, théoriquement 2 ans pour le 1er et le 2ème niveaux (sauf Zurich qui propose une année et 3 ans).

Les études sont souvent allongées d'une année ou plus ; les réponses varient énormément d'une université à l'autre.

10 à 50 % des étudiants terminent dans le temps minimum,
10 à 40 % après prolongation,
10 à 50 % abandonnent les études.

Toutes les causes d'échec proposées dans le questionnaire sont admises par l'une ou l'autre des universités, y compris les remplacements dans l'enseignement secondaire ou privé et le service militaire.

A signaler la réponse du Professeur van der Waerden, Zurich : "La préparation antérieure n'a aucune importance pour l'étude des mathématiques !".

TURQUIE

1er niveau 1 an.

2ème niveau 3 ans.

Pas de troisième niveau.

60 % des étudiants terminent dans le temps minimum.

20 % après prolongation.

20 % abandonnent.

Nombreuses causes d'échec, y compris des difficultés économiques. Un peu de temps consacré à des remplacements dans l'enseignement secondaire.

COMMENTAIRE

1) Dans les pays suivants, il est généralement proposé, sauf dans quelques universités, de diviser les études conduisant au diplôme principal en deux niveaux, le premier ayant une durée de 2 ans :

AUTRICHE, BELGIQUE

FRANCE, GRECE, ITALIE, PAYS-BAS

REPUBLIQUE FEDERALE D'ALLEMAGNE,

ECOSSE, SUISSE.

Les pays suivants ont réduit le 1er niveau à une année :

NORVEGE, SUEDE, TURQUIE.

Enfin, il reste le cas de l'Angleterre, qui est à traiter à part.

Il en sera tenu compte dans la comparaison des programmes et de la matière enseignée.

2) Quant à la durée réelle des études, on peut répartir les pays en 3 classes.

- a) Très faible taux de prolongation et d'échec : Angleterre et Ecosse. La raison en a déjà été exposée.
- b) Taux moyen de prolongation et d'échec : Belgique, Grèce, Norvège, Suède, Turquie, certaines universités suisses.
- c) Fort taux de prolongation et d'échec : France, Italie, Pays-Bas, République Fédérale d'Allemagne, et Suisse partiellement.

3) Comme cause de prolongation des études, la principale est évidemment attribuée au manque de capacité des candidats.

Mais on mentionne aussi partout certains défauts de la préparation antérieure, sauf au Royaume-Uni (peut-être grâce aux examens d'entrée à l'université).

En outre, la France, l'Italie, la Suisse, et dans une certaine mesure la Grèce et la Turquie, se plaignent du temps consacré par les étudiants à l'enseignement dans le secondaire.

4) Il faut rappeler aussi que la prolongation des études par rapport à la durée minimum peut provenir également des professeurs, dans les cours et examens.

Il est clair que c'est par exemple le cas en République Fédérale d'Allemagne où, pour la plupart des étudiants, les études sont prolongées d'au moins une année, parfois de deux ou trois ans.

On peut penser par contre qu'au Royaume-Uni, où les études se terminent généralement dans le temps prévu, les exigences des cours et des examens sont mieux adaptées aux possibilités intellectuelles de la moyenne des étudiants.

3.2. - Programme des cours

Ce paragraphe et le suivant doivent être considérés comme constituant le centre de la présente enquête, car c'est eux qui devraient permettre de déterminer, pour une bonne part, le niveau réel des études et justifier une équivalence éventuelle. C'est pourquoi il convient de s'attarder un peu plus en détail sur d'assez nombreux cas particuliers.

J'examinerai successivement les trois niveaux, en indiquant les cours et exercices, ainsi que le nombre d'heures consacrées à chacun d'eux.

3.2.1. Premier niveau

En complément, j'ai demandé combien les étudiants consacraient d'heures hebdomadaires à la rédaction de leurs exercices à la maison, et si ces exercices étaient corrigés et commentés en classe. Il n'est pas nécessaire d'insister sur la difficulté de répondre à la première question. Beaucoup de correspondants n'ont pas osé se prononcer sur ce sujet.

Enfin, l'indication d'autres étudiants suivant les cours de mathématiques fournit un renseignement éventuel sur le niveau des cours.

AUTRICHE

(Université de Graz)

Actuellement :

cours théoriques	14 - 15 heures par semaine.
exercices	4 - 6 heures par semaine.

Les cours théoriques (Vorlesungen) correspondent approximativement à ceux de la République Fédérale d'Allemagne ; ils recouvrent le programme du "Livret européen de l'étudiant".

BELGIQUE

Le programme prescrit par la loi pour l'obtention d'un grade légal est un programme minimum.

La loi ne précise pas le contenu des cours sur les diverses branches, ni le nombre d'heures à y consacrer.

Dans chaque université, le conseil d'administration peut ajouter des branches dites "extra-légales" (et le fait très souvent).

L'examen pour le grade de candidat en sciences comprend :

Pour les récipiendaires qui se destinent à l'étude des sciences mathématiques ou physiques :

1. Les notions de philosophie (logique, psychologie, morale) ;
2. L'algèbre supérieure, y compris la théorie des déterminants ;
3. La géométrie analytique ;
4. Le calcul différentiel et le calcul intégral, les éléments du calcul des différences et du calcul des variations ;

5. La mécanique analytique (cinématique, statique, dynamique) ;
6. Les éléments d'astronomie et de géodésie ;
7. La physique générale et les éléments de la physique théorique et mathématique ;

Pour les récipiendaires qui se destinent à l'étude des sciences mathématiques :

8. Les éléments de chimie générale,
9. La géométrie projective ;
10. La géométrie descriptive.

Pour les récipiendaires qui se destinent à l'étude des sciences physiques :

8. La chimie générale ;
9. La cristallographie.

L'examen pour le grade de licencié en sciences comprend :

Pour les récipiendaires qui se destinent à l'étude des sciences mathématiques :

1. L'analyse supérieure ;
2. La géométrie infinitésimale ;
3. Les compléments de mécanique analytique ;
4. Le calcul des probabilités et la théorie des erreurs d'observation ;
5. La physique mathématique ;
6. L'astronomie sphérique et l'astronomie mathématique ;
7. La méthodologie mathématique.

Les récipiendaires subissent une épreuve approfondie sur les matières comprises dans l'un des cinq groupes suivants, à leur choix :

- a) L'analyse supérieure ;
- b) la géométrie supérieure ;
- c) L'astronomie et la géodésie ;
- d) La physique mathématique ;
- e) La mécanique analytique et la mécanique céleste.

DANEMARK

La première partie des études se compose de "blocs", qui peuvent être combinés de diverses manières. Les blocs sont numérotés mathématiques 1-7, physique 1-5, etc. Le Ministère de l'Education fixe officiellement le numérotage et donne une vague description du contenu des blocs. Dans la pratique, c'est le professeur qui, après en avoir discuté avec ses collègues, détermine les matières sur lesquelles portera son cours.

Le système est trop compliqué pour pouvoir être décrit dans le détail ; aussi, seules les "séries" principales seront-elles mentionnées :

Université d'Aarhus

Série mathématiques : Math. 1-3, 6-7, Phys. 1, Statistique 1.

Série mathématiques-physique : Math. 1-2, 3 ou 6, Phys. 1-3, Astronomie 1, et Chimie A.

Série mathématiques-statistique : Math. 1-2, 6, Statistique 1-3.

Université de Copenhague

Série mathématiques : Math. 1-6.

Série mathématiques-physique : Math. 1-2, 3 ou 6, Phys. 1-3, Astronomie 1, et Chimie A.

Université d'Odense

Les mathématiques ne sont pas encore enseignées dans cette université.

Dans le tableau ci-après, il n'est tenu compte que de l'enseignement dispensé dans l'Université d'Aarhus :

Série mathématiques à Aarhus

<u>Première année</u>	<u>Cours</u>	<u>Exercices</u>
Math. 1	8 heures	6 heures
Phys. 1	4 heures	3 heures
ou		
Statistiques 1	4 heures	3 heures
Philosophie	4 heures	-
		25 heures
<u>Deuxième année</u>		
Math. 2	6 heures	6 heures
Math. 3	3 heures	3 heures
Phys. 1		
ou		
Statistiques 1	4 heures	3 heures
		25 heures
<u>Troisième année</u>		
Math. 6	4 heures	3 heures
Math. 7	4 heures	3 heures
		14 heures

Série mathématiques-physique à Aarhus

<u>Première année</u>	<u>Cours</u>	<u>Exercices</u>
Math. 1	8 heures	6 heures
Phys. 1	4 heures	3 heures
Philosophie	4 heures	-

25 heures

Deuxième année

Math. 2	6 heures	6 heures
Phys. 2	6 heures	7 heures
Chimie A	2 heures	-

27 heures

Troisième année

Math. 3 ou 6	4 heures	3 heures
Phys. 3	4 heures	5 heures
Astronomie 1	2 heures	3 heures

21 heures

Série mathématiques-statistique à Aarhus

<u>Première année</u>	<u>Cours</u>	<u>Exercices</u>
Math. 1	8 heures	6 heures
Statistiques 1	4 heures	3 heures
Philosophie	4 heures	-

25 heures

Deuxième année

Math. 2	6 heures	6 heures
Statistiques 2	6 heures	6 heures

24 heures

Troisième année

Math. 6	4 heures	3 heures
Statistiques 3	3 heures	3 heures

13 heures

Le cours de philosophie de la première année est commun à tous les étudiants de l'Université.

./.

On constate que les matières enseignées en première année ne varient pas beaucoup d'une série à l'autre, ce qui permet à l'étudiant de changer facilement de série après la première année.

A tous les cours sont donnés des exercices à faire à la maison ; certains de ces exercices (un ou deux par semaine et par cours) peuvent être remis (sans que ce soit une obligation) à des assistants qui les corrigeront. Lors des séances de travaux dirigés, les étudiants sont divisés en groupes d'environ 12 membres, sous la direction d'un assistant (qui est d'habitude un étudiant avancé ou un jeune assistant licencié). Au cours de ces séances, les problèmes sont discutés et commentés.

Il est difficile de déterminer combien de temps les étudiants consacrent à la préparation des séances de travaux dirigés et des exercices ; on peut dire, en se basant sur des conversations avec des étudiants de deuxième année, qu'ils y consacrent à peu près 25 à 30 heures par semaine.

FRANCE

Le cas des universités françaises est particulièrement simple à décrire du fait de l'unification totale des études sur le plan national.

Le programme du 1er cycle est complètement déterminé. Il est le même pour la licence et pour la maîtrise en mathématiques. Il s'étend sur deux ans et se présente comme suit :

	Cours théoriques	Travaux dirigés	Exercices
<u>1ère année</u>			
Mathématiques :	4 h. 1/2	2 h.	6 h.
Physique :	3 h.	1 h. 1/2	3 h.
TOTAL		20 h.	
<u>2ème année</u>			
Mathématiques :	4 h.	1 h.	5 h. 1/2
Physique :	2 h. 1/2	1 h. 1/2	2 h.
Mécanique :	1 h.	1 h.	1 h. 1/2
TOTAL		20 h.	

Les étudiants ne suivent en principe pas d'autres cours.

Exercices à la maison : 13 h. (selon 1 seule réponse).
Exercices corrigés et commentés en classe.

Les cours de mathématiques sont aussi suivis par des étudiants qui se destinent à une maîtrise d'informatique, de mécanique, éventuellement de physique.

GRECE

A l'Université de Thessalonique, le programme d'études est strictement déterminé et s'étend sur deux ans.

Il comporte, en mathématiques proprement dites et exercices compris :

Mathématiques générales (I) :	11 h.
Mathématiques générales (II) :	10 h.
Géométrie descriptive :	5 h.
Algèbre :	5 h.
Géométrie analytique :	4 h.

et de plus :

Physique (I) :	5 h.
Physique (II) :	6 h.
Météorologie :	4 h.
Langue vivante :	3 h.

Ces chiffres représentent, cours et exercices, 27 heures en moyenne par semaine.

Exercices à domicile : 25 h.

Ils sont commentés en classe, mais probablement pas corrigés (un assistant pour 100 étudiants).

La semaine de travail paraît particulièrement longue en Grèce !

Les cours sont uniquement destinés aux étudiants en mathématiques.

ITALIE

Le programme d'études est strictement déterminé, et s'étend sur deux ans. Il est le même pour les diverses orientations de la Laurea.

./.

Il se présente comme suit :

Cours et exercices

1ère année

Algèbre :	3 + 3 h.
Géométrie I :	3 + 3 h.
Analyse I :	3 + 3 h.
Physique I :	3 + 3 h.
	<hr/>
	12 + 12 h.

2ème année

Géométrie II :	3 + 3 h.
Analyse II :	3 + 3 h.
Physique II :	3 + 3 h.
Mécanique :	3 + 3 h.
	<hr/>
	12 + 12 h.

Les étudiants ne suivent pas d'autres cours.

Exercices à la maison : pas de réponse.

Exercices parfois corrigés en classe.

Les cours d'analyse I et II et de géométrie sont aussi suivis par les physiciens et, à Pavie, par des ingénieurs.

MALTE

En reprenant la définition utilisée dans le rapport (p. 113 in fine), on peut dire qu'il n'existe pas d'études "simples", mais seulement des études "combinées" en mathématiques. Il n'existe pas de système à trois niveaux, mais un enseignement combiné dispensé après le niveau A et étalé sur trois ans, où les mathématiques sont enseignées en combinaison avec deux des trois matières scientifiques suivantes : physique, chimie et biologie.

Mathématiques	Première année	6 h.
	Deuxième année	9 h.
	Troisième année	9 h.

./.

Programme de la première année

Equations différentielles relativement complexes, séries de Fourier, dérivation partielle, dérivés d'ordre n , théorème de Leibniz, intégrales relativement complexes, formules de réduction, intégrales multiples simples, aires et volumes, théorie des équations, nombres complexes, réduction de coniques aux formes canoniques, algèbre vectorielle élémentaire, géométrie différentielle avec vecteurs, géométrie analytique à 3 dimensions avec vecteurs, quadriques centrales, convergence élémentaire de suites, séries et intégrales, ensembles, déterminants, matrices, probabilité et statistique.

NORVEGE

A l'Université de Bergen, le programme est strictement déterminé. Le premier niveau est considéré comme durant une année et comprend :

Un cours d'analyse : 4 + 2 h.

Un cours d'algèbre
linéaire : 4 + 2 h.

Les étudiants doivent suivre pendant un semestre des cours de philosophie (2 h.), de psychologie (2 h.), de logique (2 h.). Ils suivent également volontiers un cours de géométrie descriptive pendant un semestre.

Au total, 15 à 20 h. par semaine.

Exercices à la maison : 4 - 5 h., corrigés et commentés.

A l'Université d'Oslo, le premier niveau peut être atteint en une demi-année et comporte comme matière principale le calcul (7 + 5 h.) avec cours et exercices. Durant ce même semestre, les étudiants doivent suivre des cours de philosophie (6 h.), psychologie (4 h.) et logique (4 h.). Au total, cela représente 26 heures par semaine.

Ainsi envisagé, le premier niveau norvégien présente des exigences certainement inférieures à celles que nous rencontrons ailleurs, d'autant plus que les cours mentionnés s'adressent aussi aux chimistes et aux géophysiciens (*). Pour maintenir l'équilibre, on pourrait penser à incorporer une seconde année, mais ce découpage risque d'être artificiel. Il faudra revenir sur ce cas en examinant le 2ème niveau et la matière enseignée.

Les cours sont aussi suivis par des étudiants en physique, en chimie et en géophysique.

(*) Le cours du premier niveau n'est bien sûr pas le même que celui destiné aux étudiants en mathématiques des autres sciences. Il y a plusieurs cours, au second niveau qui sont obligatoires pour les étudiants en physique, chimie et biologie. //.

PAYS-BAS

A l'Université d'Utrecht, le premier niveau dure au minimum deux ans. Son programme est strictement déterminé et se présente comme suit (présenté en bloc) :

Algèbre :	11 heures
Analyse :	7 heures
Exercices :	4 après-midi
Physique :	6 heures
Exercices pratiques de physique :	1 après-midi (3 heures).

Les étudiants suivent encore parfois d'autres cours, notamment l'astronomie 6 h., avec une soirée d'exercices. Au total 20 à 25 h. par semaine.

Presque pas d'exercices à la maison.

Certains cours fondamentaux de mathématiques sont également suivis par des étudiants en physique et en astronomie et aussi à Amsterdam, par des étudiants d'économétrie.

A l'Université d'Amsterdam, le programme d'études du premier niveau comprend, outre l'analyse et l'algèbre linéaire, les matières suivantes :

Géométrie projective :	2 heures
Structure d'anneau et de corps, catégories :	1 heure 1/2
Théorie des ensembles et topologie générale :	2 heures
Analyse linéaire :	1 heure
Exercices pour ces quatre matières :	3 heures

REPUBLIQUE FEDERALE D'ALLEMAGNE

Le programme pour le Diplomprüfung est en général très déterminé ; il ne varie pas trop d'une université à l'autre, même si les cours sont diversement ordonnés et intitulés.

Par exemple à Bonn, le programme théorique de base des 4 premiers semestres se présente comme suit :

1er et 2ème semestres

Analysis I et II (Infinitesimalrechnung) :	4 + 2 h.
Lineare Algebra und Geometrie I et II :	4 + 2 h.
Physik :	4 + 2 h.

3ème semestre

Analysis III :	4 + 2 h.
Praktische Mathematik I :	4 + 2 h.
Physikalisches Anfänger Praktikum :	4 h.
Theoretische Mechanik (év. au 5ème semestre) :	2 + 2 h.

4ème semestre

Funktionentheorie I ou Algebra (comprenant la théorie élémen- taire des nombres) :	4 + 2 h.
Praktische Mathematik II :	4 + 2 h.
Physikalisches Anfänger Praktikum :	4 h.

A côté de ce programme assez typique, les universités proposent encore, variant de cas en cas, des cours de probabilités, de géométrie descriptive ou constructive, de programmation, d'histoire des mathématiques, de logique, voire d'économie politique ou de philosophie, etc., éventuellement un proséminaire et plusieurs des cours qui seront mentionnés au 2ème niveau.

Selon les correspondants, les étudiants consacrent un temps très variable aux travaux à domicile, le plus souvent de 10 à 15 h. par semaine, pouvant descendre à 4 - 5 h. ou monter à 15 - 30 h., ce qui représente alors des semaines bien remplies.

Les exercices sont corrigés et commentés en classe.

Pour ce qui concerne le 1er niveau, je me bornerai à ajouter que les études qui conduisent au Staatsexamen coïncident à peu près avec celles pour le Diplomprüfung. Ici ou là, un semestre de plus ou de moins, et quelques allègements du côté des exercices de mathématiques au profit des travaux pratiques de physique.

En outre, les cours sont également suivis par les étudiants qui préparent le diplôme de physicien (Diplomprüfung in Physik) et, dans les Universités Techniques et les Technische Hochschulen, par certaines catégories d'étudiants-ingénieurs, notamment les électrotechniciens.

./.

ROYAUME-UNIANGLETERRE

Je rappelle que la plupart des correspondants anglais n'ont pas pu se rallier à la suggestion des trois niveaux, qui s'accorde mal avec les traditions britanniques.

Le moyen le plus simple de faciliter la comparaison est pourtant de décrire ici le programme de quelques universités anglaises, en se bornant aux deux premières années, même si ce programme ne forme pas un tout organique en soi.

Le programme de la dernière année figurera au paragraphe suivant.

Il s'agit dans ce qui suit (Oxford mis à part) du programme des deux premières années d'études pour obtenir le B. Sc., Single Honours Degree in mathematics. Je laisse de côté le système dénommé "Sandwich courses", qui entremêle les études et des stages dans l'industrie. Ce système prépare plutôt des mathématiciens en vue des applications : centres de calcul, statistique, recherche opérationnelle, etc.

LEICESTER

Durée : 3 ans.

1ère année

Algèbre :	3 h.
Analyse :	3 h.
Géométrie :	3 h.
Dynamique <u>ou</u> Statistique :	4 h.
Plus une branche subsidiaire (Physique, 6h. <u>ou</u> Astronomie 4 h. <u>ou</u> Economie 4 h., etc.)	
Travaux dirigés :	2 h.

2ème année

Algèbre :	3 h.
Analyse :	6 h.
(Fonctions complexes, équations différentielles, fonctions spéciales de physique mathématique)	
Dynamique <u>ou</u> Statistique	3 h.
Electromagnétisme <u>ou</u> Analyse numérique	3 h.
Travaux dirigés :	1 h.

LONDRES (University College)

Durée : 3 ans.

Pour chaque année :

Pure mathematics :	7 h.
Applied mathematics :	7 h.

Pas de branche subsidiaire.

Les étudiants suivent parfois un cours de langue (1 h.).

OXFORD : B.A.

Durée : 3 ans

1ère année ("Moderations")

Pure mathematics :	4 h.
Tutorial class :	1 h. - 1 h. 1/2
Applied mathematics :	4 h.
Tutorial class :	1 h. - 1 h. 1/2

Pas de branche subsidiaire.

2ème et 3ème années, voir paragraphe suivant.

SHEFFIELD

Durée : 3 ans

1ère et 2ème années (présenté comme 1er niveau)

Pure mathematics :	8 h.
Applied mathematics :	8 h.
Branche subsidiaire (physics, statistics, ou autres) :	5 h.

NEWCASTLE UPON TYNE :

1ère année divisée en trois trimestres,
comprenant en moyenne :

(Algebra, Analysis, methods) :	5 h. + 2 h.
Mecanics (et methods) :	4 h. + 1 h. et une branche subsidiaire,
par exemple, physics :	3 h. + 6 h.

Cette année peut être précédée pour certains étudiants d'une année préliminaire reprenant le programme habituel des deux dernières années d'école.

2ème année

Algebra, geometry, analysis :	5 h. + 2 h.
Mecanics :	4 h. + 1 h.
Statistics :	2 h. + 1 h.

./.

La différence d'une université à l'autre apparaît dans ces tableaux, aussi bien par une différence du nombre d'heures (13 à 20) que par la présence ou l'absence d'une branche subsidiaire.

On notera que l'étudiant a généralement le libre choix de cette branche subsidiaire.

Compte tenu de l'organisation assez libre des études, on considère que les cours ne sont suivis que par des étudiants en mathématiques.

Le temps pris par les exercices à domicile varie d'une université à l'autre, tantôt 4 - 5 h., tantôt 10 h.

Les exercices sont en général corrigés et commentés en classe.

ECOSSE

Si nous maintenons à deux ans la durée du 1er niveau, le programme de celui-ci se présente de la manière suivante.

Il est déterminé seulement pour le sujet principal, les mathématiques, et peut comporter par exemple (Glasgow) :

1ère année

Mathematics I (Algebra, Geometry,
Calculus) : 5 h.

Plus deux branches subsidiaires : 10 h.

(cours seulement)

(Une forte proportion des étudiants en mathématiques qui se spécialisent dans cette branche choisissent la physique comme l'une des branches subsidiaires pour la 1ère année. Lorsque le choix se porte sur une branche subsidiaire comme la physique, qui comporte des travaux de laboratoire, trois heures environ par semaine sont consacrées à ces travaux, ce qui fait un total de huit heures pour chaque branche subsidiaire).

2ème année

Mathematics II (Algebras, Analysis) : 5 h.

Plus deux branches subsidiaires.

Parfois le programme est plus rempli et peut compter jusqu'à une vingtaine d'heures par semaine. Par exemple :

./.

ST. ANDREWS

1ère année

Mathématiques I,
Physique I,
Mathématiques appliquées I,

Au total 20 - 25 h. par semaine.

2ème année

Mathématiques II,
Mathématiques appliquées II,
Statistique I,

Au total 20 - 25 h. par semaine.

Exercices à domicile : 2 à 3 h., le plus souvent corrigés et commentés.

A propos des exercices, il faut mentionner qu'une ou deux des cinq heures de cours sont consacrées à des exercices, généralement en présence du professeur secondé par des assistants ou par des étudiants avancés (tutorial class).

Les cours de première année peuvent être suivis par les physiciens et, selon les universités, par les chimistes, ingénieurs, etc.

SUEDE

Les correspondants suédois ont réduit la durée du 1er niveau à une année, ce qui posera quelques problèmes pour l'équivalence. Les cours de la première année sont bien déterminés :

Premier semestre

Algèbre	2 + 1 h.
Algèbre linéaire et géométrie	3 + 2 h.
Analyse	4 + 2 h.

Deuxième semestre

Analyse	4 + 2 h.
Analyse numérique et Fondement de l'analyse	2 + 1 h.
ou probabilités, statistique et histoire des mathématiques	4 + 2 h.

Le nombre d'heures consacrées par les étudiants à leurs exercices est inconnu, ceux-ci ne sont pas partout corrigés, ce que l'on conçoit bien en examinant le nombre des professeurs et assistants comparé au nombre d'étudiants.

Ces cours peuvent être suivis, par les étudiants en physique, statistique, chimie, économie, etc.

Au cours de la deuxième année, une des matières suivantes est normalement étudiée : physique, statistique, analyse numérique ou chimie.

SUISSE

Le programme d'études est en général strictement déterminé (sauf dans quelques universités, Berne par exemple, pour les branches secondaires).

Il varie un peu d'une université à l'autre, mais à part l'Ecole Polytechnique (Eidgenössische Technische Hochschule) à Zurich, il se présente à peu près comme suit (programme de Genève) :

1ère année

Calcul différentiel et intégral :	4 h. + 3 h.
Géométrie analytique et algèbre linéaire :	2 h. + 1 h.
Géométrie :	2 h. + 2 h.
Physique :	4 h. + 3 h.
Facultatif : Mathématiques générales :	2 h. + 2 h.

2ème année

Calcul différentiel et intégral :	2 h. + 1 h.
Algèbre linéaire (1 semestre) :	2 h. + 1 h.
Probabilités :	1 h.
Analyse numérique :	2 h.
Introduction à l'algèbre supérieure et à la topologie :	2 h. + 1 h.
Mécanique rationnelle :	3 h.

./.

Dans d'autres universités, on consacre sensiblement plus de temps à la physique, et on la retrouve aussi en seconde année. On rencontre aussi des cours de géométrie descriptive, d'analyse numérique, de logique, d'astronomie, ou bien on commence l'étude des équations différentielles ou de la théorie des fonctions analytiques.

Plusieurs cours sont suivis par les physiciens, par les actuaires ; à Lausanne, par les ingénieurs, et à Neuchâtel par les chimistes.

Enfin, voici le programme de l'Ecole polytechnique fédérale de Zurich, qui diffère sensiblement du précédent par le nombre d'heures et la distribution :

1er semestre

Analyse I :	6 h. + 3 h.
Algèbre linéaire I :	4 h. + 1 h.
Géométrie I :	2 h. + 3 h.
Mathématiques appliquées :	2 h. + 2 h.

2ème semestre

Analyse II :	6 h. + 3 h.
Algèbre linéaire :	4 h. + 1 h.
Géométrie II :	2 h. + 2 h.
Physique I :	4 h. + 2 h.

3ème semestre

Analyse III :	4 h. + 1 h.
Espaces topologiques :	3 h. + 1 h.
Physique II :	4 h. + 2 h.
Laboratoire de physique :	4 h.
Mécanique :	4 h. + 1 h.

4ème semestre

Analyse IV :	4 h.
Introduction aux probabilités :	3 h.
Mathématiques appliquées :	2 h. + 2 h.

et un ou deux cours du 2ème niveau, tels que algèbre, géométrie différentielle, théorie des nombres, etc.

En plus, inscription à deux cours de la section de culture générale (littérature, philosophie, histoire, etc.) : 2 h.

Les cours sont, dès 1967, réservés aux mathématiciens et physiciens, et sont séparés des sections d'ingénieurs. //.

En Suisse, le temps consacré par les étudiants à faire des exercices à la maison varie sensiblement d'une université à l'autre, 6 à 10 h., ou 10 - 15 h., voire 15 - 20 h.

Les exercices sont corrigés et commentés en classe.

TURQUIE

"L'Ege-Université", ayant réduit la durée du 1er niveau à une année, présente le programme suivant :

Analyse :	9 h.
Géométrie analytique :	5 h.
Algèbre linéaire :	4 h.
Introduction aux mathématiques appliquées :	3 h.

Les étudiants consacrent à la maison 16 h. par semaine à la résolution des exercices et à l'étude des cours.

Les exercices sont faits et discutés en classe. Les exercices ne sont apparemment pas corrigés (1 assistant pour 150 étudiants).

Les cours sont suivis aussi par les étudiants avec orientation physique et mathématique ou chimie et physique.

COMMENTAIRE

1) Une première différence importante dans les programmes des cours du 1er niveau est la présence ou l'absence d'une branche subsidiaire (en général la physique) et l'importance qui lui est attribuée.

Seule la Norvège, du moins Bergen, et certaines universités anglaises ignorent complètement la branche subsidiaire.

2) Presque partout le programme de base est complètement déterminé, du moins pour ce qui concerne les mathématiques quand celles-ci sont choisies comme branche principale.

Souvent les exigences dans les autres disciplines (la physique et la mécanique en particulier) sont aussi déterminées.

Cependant, la ou les disciplines subsidiaires peuvent être choisies assez librement dans des études du type Staatsexamen en République Fédérale d'Allemagne, ou Bachelor of Sciences, general Degree et parfois même special Degree au Royaume-Uni. C'est également le cas en Suède, compte tenu de l'organisation des études.

3) Le nombre d'heures hebdomadaires - qui va de 15 à 25 - ainsi que leur distribution entre les diverses disciplines, ou entre cours ex cathedra et exercices, varie énormément.

Si l'on compare sous cet angle le programme français (dont une partie importante est réservée aux travaux dirigés et exercices) et le programme suisse ou allemand par exemple, on voit une différence énorme qui révèle des méthodes d'enseignement et des traditions entièrement différentes.

Il n'y a pas lieu de s'en émouvoir, mais il convient toutefois de noter ces différences.

4) Par contre, on constate que le nombre d'heures hebdomadaires consacrées en classe aux mathématiques oscille entre 12 et 15 heures. Il y a là une reconfortante uniformité.

5) A signaler une tendance de certaines universités à concentrer l'effort des étudiants sur les théories de bases fondamentales, à ce niveau, l'analyse et l'algèbre linéaire, et à réduire les autres branches à leur plus simple expression.

6) Je voudrais aussi mentionner en passant quelques tentatives faites pour résoudre le problème délicat de la mathématique envisagée comme instrument et moyen d'expression pour le professeur de physique.

En France, une dizaine d'heures sont consacrées, au début du cours de mathématiques, à l'exposé rapide des notions nécessaires.

Dans d'autres cas, les physiciens se chargent eux-mêmes de cette introduction.

A l'Ecole Polytechnique (Eidgenössische Technische Hochschule) de Zurich, le cours de physique débute au 2ème semestre seulement.

7) Je pense que l'on ne soulignera jamais assez l'importance des exercices et le rôle qu'ils devraient jouer dans la formation des étudiants, des mathématiciens en particulier.

D'abord parce que c'est là que les étudiants deviennent véritablement actifs. C'est là qu'ils peuvent contrôler leurs connaissances et leur capacité d'assimilation. C'est là qu'ils peuvent corriger aussi de mauvaises interprétations.

Le Professeur Grunski (Würzburg) décrit l'organisation des exercices de la manière suivante :

"Chaque semaine, on donne aux étudiants 3 ou 4 problèmes à résoudre par écrit à la maison. Les solutions sont corrigées par les assistants auxiliaires (étudiants avancés), sous la surveillance d'un assistant, et commentées lors d'une séance d'exercices ultérieure par le professeur, ou un assistant.

Au Proséminaire les étudiants présentent eux-mêmes à tour de rôle des résultats complémentaires du cours ou la solution de problèmes plus difficiles qu'aux exercices."

Il est de première importance que toutes les universités puissent offrir à leurs étudiants cette indispensable méthode de travail.

Ce n'est malheureusement pas encore le cas actuellement (voir N° 4.1.).

8) Quant au nombre d'heures consacrées par les étudiants chez eux à la résolution des exercices, il varie dans des proportions extraordinaires, allant de presque 0 à 25 ou 30.

Je sais bien qu'il s'agissait d'une question délicate et que la réponse dépendait évidemment de la qualité de l'étudiant envisagé. Mais il est assez surprenant que tant de nos collègues ne se soient jamais fait au moins une idée de la quantité de travail exigée d'un étudiant "normal".

9) Dans la plupart des universités, les cours de mathématiques du premier niveau sont aussi destinés aux physiciens et à certaines catégories d'ingénieurs.

Dans quelques universités, ces cours s'adressent aussi aux chimistes ou à d'autres catégories d'étudiants, ce qui risque certainement d'abaisser le niveau de l'enseignement.

3.2.2. Deuxième niveau

Les études du deuxième niveau sont beaucoup moins simples à décrire que celles du 1er niveau.

Tout d'abord parce que les différences apparues au 1er niveau vont se répercuter sur le deuxième et s'amplifier.

Ensuite parce que le programme du deuxième niveau est en général beaucoup moins strictement déterminé que celui du premier niveau.

Enfin parce que les études se différencient à ce niveau dans le cadre même d'une université qui possède souvent plusieurs titres à proposer à ses étudiants (par exemple licence et maîtrise en France, Staatsexamen et Diplomprüfung en République Fédérale d'Allemagne).

Nous allons passer en revue les programmes des différents pays ainsi que les exigences imposées aux étudiants.

./.

AUTRICHE

(Université de Graz)

Actuellement :

cours théoriques :	13 h. par semaine
exercices :	6 h. par semaine

Les cours théoriques (Vorlesungen) correspondent approximativement à ceux de la République Fédérale d'Allemagne ; ils recouvrent le programme du "Livret européen de l'étudiant".

DANEMARK

Pendant la seconde partie des études, l'étudiant a le choix entre de nombreux cours et séminaires . souvent entre 30 et 40. Son choix est évidemment guidé dans une certaine mesure. L'enseignement dispensé va des cours d'introduction aux séminaires de recherche.

Les étudiants ne sont pas tenus d'assister aux séminaires mais en fait, la plupart y participent.

On peut noter que, si les cours de la première partie sont normalement donnés en danois, pour les cours de la seconde partie et les séminaires, l'anglais est souvent utilisé, soit parce que le professeur est un étranger, soit parce qu'un étranger souhaite y participer.

30 postes permanents environ (chargés de cours, maîtres de conférences, professeurs) figurent au budget de l'institut, mais environ la moitié d'entre eux seulement sont pourvus de façon permanente, le reste étant réservé à des mathématiciens venus de l'étranger et séjournant dans le pays pendant trois mois et plus.

FRANCE

Licence

Partie théorique (5 h.)

- A. Compléments de mathématiques (4 h.)
- B. Analyse numérique (10 conférences dans l'année)
- C. Histoire des mathématiques (10 conférences dans l'année)
- D. Astronomie (10 conférences dans l'année).

Enseignement dirigé et enseignement pratique : 10 h.

./.

Maîtrise (quatre certificats)

- C.1. Calcul différentiel : Enseignement théorique : 3 h.
 Enseignement dirigé : 2 h.
 Enseignement pratique : 5 h.
- C.2. Calcul intégral : Enseignement théorique : 3 h.
 Enseignement dirigé : 2 h.
 Enseignement pratique : 5 h.
- C.3. Algèbre et géométrie : Enseignement théorique : 3 h.
 Enseignement dirigé : 2 h.
 Enseignement pratique : 4 h.
- C.4. Un certificat d'études supérieures au choix du candidat.

GRECE

Le programme s'étend sur deux ans et comporte en mathématiques (exercices compris) :

Théorie des fonctions réelles A :	6 h.
Théorie des fonctions réelles B :	4 h.
Théorie des fonctions complexes :	6 h.
Géométrie projective :	4 h.
Géométrie différentielle :	5 h.
Théorie des nombres :	4 h.
Equations différentielles :	6 h.
Calcul des Variations-Topologie :	3 h.
Théorie des probabilités :	5 h.
Axiomatique :	3 h.

Les étudiants suivent en outre les cours suivants :

Mécanique rationnelle A :	6 h.
Mécanique rationnelle B :	6 h.
Astronomie A :	6 h.
Astronomie B :	6 h.
Physique générale :	6 h.
Langue vivante :	3 h.

En outre, un séminaire d'une année au cours duquel l'étudiant doit présenter un exposé.

Il semble peu probable que chaque étudiant soit astreint à suivre l'ensemble de ces cours, ce qui représenterait une occupation d'une quarantaine d'heures par semaine.

ITALIE

3ème année (Pour les 3 orientations)

Istituzioni di analisi superiore :	3 h.
Istituzioni di geometria superiore :	3 h.
Istituzioni di fisica matematica :	3 h.

Plus une branche dépendant de l'orientation et choisie dans une liste d'une trentaine de sujets comprenant d'une part :

l'algèbre supérieure,
l'analyse fonctionnelle,
la géométrie algébrique,
la géométrie différentielle,
la théorie des fonctions,
la théorie des nombres,
la topologie,
la logique mathématique ;

et d'autre part, des sujets plus particulièrement rattachés à la physique théorique ou aux mathématiques appliquées.

4ème année

3 branches choisies dans la liste ci-dessus.

Parmi les choix faits pendant ces deux années, l'orientation didactique exige au cours des deux dernières années :

Mathématiques complémentaires I et II : L'orientation appliquée exige :

Analyse numérique et probabilités ou
Astronomie et mécanique céleste et l'orientation générale
exige :
Analyse supérieure et géométrie supérieure.

Les étudiants assistent éventuellement à un séminaire.

Certains cours de mathématiques sont parfois suivis par les physiciens.

MALTE

Deuxième et troisième années

Théorie des fonctions d'une variable réelle et de plusieurs variables réelles ; dérivées partielles et mixtes ; Jacobiens ; série de Taylor ; maxima et minima ; théorie de l'intégrale de Riemann ; intégrales multiples et itérées ; convergence, convergence absolue et convergence uniforme de suites, séries et intégrales ; séries de Fourier ; équations aux différentielles totales à trois variables ; équations aux dérivées partielles.

Théorie des fonctions d'une variable complexe ; équations de Cauchy-Riemann ; transformations bilinéaires ; représentation conforme ; théorème fondamental de Cauchy : $\int_C f(z)dz = 0$.

Déductions du théorème de Cauchy ; développements de Taylor et de Laurent ; théorie de résidus ; intégrales curvilignes, avec applications ; théorème de d'Alembert ; théorème de Rouché ; localisation de zéros d'un polynôme dans le diagramme d'Argand.

Fonctions spéciales et théorie des transformations ; ensembles, structure de groupe et d'anneau, domaines, structure de corps ; espaces vectoriels ; surfaces réglées dans la géométrie à trois dimensions ; géométrie projective ; topologie élémentaire. Géométrie différentielle relativement complexe.

Analyse vectorielle ; mécanique classique ; théorie du potentiel ; ondes ; électricité et magnétisme ; hydrodynamique ; calcul tensoriel ; relativité ; mécanique quantique.

NORVEGE

Pour le Cand. Mag., le 2ème niveau est considéré comme comprenant les 3 premières et la moitié de la 4ème années d'études, exception faite de la première demi-année qui fait partie du premier niveau.

L'enseignement des mathématiques au second niveau à l'Université d'Oslo comporte un grand nombre de cours. Le programme fait actuellement l'objet d'une révision, fondée en partie sur le "Livret européen de l'étudiant". Les cours qui s'adressent aux étudiants de mathématiques pures (ceux qui se destinent au 3ème niveau, diplôme de mathématiques) sont les suivants (pas tous obligatoires) :

Calcul et équations différentielles	4 + 3 h.	(2 semestres)
Calcul avancé	2 + 1 h.	(2 semestres)
Algèbre linéaire	2 + 2 h.	(1 semestre)
Fondements des mathématiques	2 + 2 h.	(1 semestre)
Calcul de plusieurs variables réelles	2 + 2 h.	(2 semestres)
Equations partielles différentielles (proposé pour 1970)	2 + 2 h.	(2 semestres)
Géométrie différentielle	2 + 2 h.	(1 semestre)
Algèbre (proposé pour 1970)	2 + 2 h.	(2 semestres)
Logique mathématique	2 + 1 h.	(2 semestres)
Topologie	2 + 2 h.	(2 semestres)
Théorie de l'intégration	2 + 2 h.	(2 semestres)
Géométries classiques	2 + 1 h.	(2 semestres)

La situation à l'Université de Bergen est analogue à celle de l'Université d'Oslo.

PAYS-BAS

Au deuxième niveau, qui dure deux ans, l'Université d'Utrecht se borne à annoncer en bloc 12 h. de mathématiques par semaine et 6 h. consacrées à d'autres sujets.

Pendant une année, les étudiants participent de manière très intensive à un séminaire au cours duquel ils doivent faire environ 4 exposés.

Certains des cours du 2ème niveau sont aussi fréquentés par les étudiants en physique et en astronomie, notamment les cours de théorie des groupes et d'équations différentielles.

REPUBLIQUE FEDERALE D'ALLEMAGNE

En principe, le deuxième niveau commence la troisième année et dure deux ans au moins, à raison de 20 à 24 h. par semaine.

Le programme se présente de manière assez variable, parfois par une indication globale des cours. Il s'agit le plus souvent des cours suivants, avec quelques exceptions et pour autant qu'ils n'aient pas été suivis auparavant :

Algèbre et théorie des nombres,
Théorie des fonctions analytiques,
Equations différentielles et aux dérivées partielles,
Analyse fonctionnelle,
Topologie et géométrie différentielle,
Statistique et analyse numérique.

Le programme comprend encore suivant les universités, de nombreux cours plus spécialisés, par exemple :

Equations intégrales,
Analyse harmonique,
Fonctions spéciales,
Calcul des variations,
Groupes de Lie, etc.

Dans d'autres universités, le programme est plus détaillé. Par exemple, Frankfurt a/M. signale deux cours obligatoires : Fonctions analytiques et équations différentielles et six cours à option dans une liste qui varie d'année en année et mentionne de 1964 à 1967 45 cours de 2 à 4 h.

Voici le début de cette liste :

Equations aux dérivées partielles,
Théorie des distributions (introduction),
Chapitres de topologie des espaces de faisceaux,
Géométrie des géodésiques,
Groupes abéliens,

./.

Combinatoire,
Corps algébriques,
Topologie algébrique,
Méthodes numériques de la solution des équations différentielles.

Dans presque toutes les universités, on signale l'obligation de fréquenter un séminaire durant 2 ou 3 semestres et d'y présenter 1 ou 2, voire 3 exposés en tout.

Certains des cours sont suivis, au 2ème niveau, par les étudiants en physique et dans les Universités Techniques (Technische Universitäten) et les Ecoles Techniques supérieures (Technische Hochschulen) par certaines catégories d'ingénieurs.

ROYAUME-UNI

ANGLETERRE

Après avoir indiqué au N° 3.2.1. le programme des deux premières années de quelques universités anglaises, j'indiquerai le programme de la 3ème et dernière année conduisant au B. sc.

Leicester

4 cours (de 6 h. chacun) au choix parmi :

Algebra,
Analysis,
Geometry,
Topology,
Mathematical logic,
Functional analysis.

Londres

Pure mathematics : 7 h.
Applied mathematics : 7 h.

Les étudiants suivent parfois d'autres cours, par exemple German et Russian languages : 2 h.

Sheffield

Pure mathematics : 6 h.
Applied mathematics : 6 h.

Quant à l'Université d'Oxford dont j'ai indiqué le programme de 1ère année seulement, son programme pour les deux années suivantes comprend toute une liste de cours, dont la durée est souvent d'un trimestre, et qui sont donnés par un professeur ou un lecteur.

Ces cours sont répartis en deux sections. Ceux de la première section étant obligatoires, ceux de la seconde section sont suivis dans des branches facultatives choisies par l'étudiant. Les cours sont complétés par des "tutorials" d'une ou deux heures par semaine.

Voici par exemple la liste des cours du premier trimestre de l'année 1966-1967.

Section I

Complex variable,
Linear algebra,
Field extensions,
Differential equations,
Projective geometry,
Dynamics,
Numerical linear algebra.

Section II

Infinite group theory,
Group theory,
Commutative algebra,
Number theory,
Ordinary differential equations,
Differential operators,
Complex variable,
Functional analysis I,
Topological spaces I,
Algebraic topology I,
Introduction to topological groups,
Propositional and predicate calculus,
Statistics I,
Numerical analysis I,
Compressible flow,
Wave mechanics of simple systems,
Special relativity,
Statistical mechanics,
Hamiltonian mechanics,
Quantum mechanics,
Electromagnetic theory.

Dans les universités anglaises, les étudiants n'ont pas à assister à des séminaires. Par contre, on leur distribue des listes d'ouvrages accompagnant ou complétant les cours, ouvrages dont la lecture est recommandée, surtout pendant les vacances, pour la préparation des examens.

Ces listes sont plus ou moins longues et très soigneusement composées, et précisent parfois les chapitres et les paragraphes à lire ; certains ouvrages peuvent toutefois recouvrir la même matière.

A titre d'information, l'Université de Newcastle propose pour le cours de Pure mathematics 1967-1968 les ouvrages suivants :

W. Ledermann : "Theory of Finite Groups",
A.E.G. Kurosh : "The Theory of Groups" (two volumes),
J.H. Williamson : "Lebesgue integration",
I.P. Natanson : "Theory of functions of a real variable",
Lefschetz : "Introduction to Topology",
Hartmann and Mikusinski : "The theory of Lebesgue measure and integration".

L'Université d'Oxford propose pour les examens de 1968 dans la section I, comme préparation au 2ème "papier" (Analyse) :

Bourbaki, Topologie générale, ch.1.2,
 Mendelson, Introduction to Topology,
 Wallace, Introduction to algebraic topology, ch.1-3,
 Hall and Spencer, Elementary Topology, ch. 1-3,
 Bartle, The Elements of Real Analysis, 1-21,
 Dieudonné, Foundations of Modern Analysis, ch. 1-8,
 Rudin, Principles of Mathematical Analysis, ch. 1-5, 7-9,
 Ingleton, Notes on Integration,
 Shilov, Mathematical Analysis : ch. IV,
 Sz. Nagy, Introduction to Real Functions and Orthogonal Expansions.

Bien que le titre de Master of Sciences appartienne au Higher Degrees, et soit généralement considéré au Royaume-Uni comme un titre du 3ème niveau, il convient d'en dire quelques mots pour plusieurs raisons :

Premièrement, parce qu'en France, la maîtrise récemment instaurée appartient au deuxième niveau et qu'une comparaison s'impose ;

Deuxièmement, parce que dans presque tous les pays continentaux, la durée normale des deux premiers niveaux est de 4 ans et dépasse la durée habituelle du First Degree anglais qui est de 3 ans.

Il existe évidemment certaines différences quant aux exigences concernant l'obtention du titre de Master of Sciences. La durée minimum des études est de 1 ou 2 ans ; elles sont nettement orientées soit vers les mathématiques pures, soit vers les mathématiques appliquées.

Par exemple, à l'Université de Sheffield, l'étudiant doit suivre 4 des 7 cours à option suivants (voir le programme détaillé au N° 3.3) :

Theory of Modules,
 Representation theory of groups,
 Valuation theory,
 Algebraic topology,
 Functional analysis,
 Measure and Integration,
 Theory of Hilbert space.

A Oxford, où la situation est un peu particulière, après avoir obtenu le B.A. (titre de First Degree), l'étudiant peut obtenir en une année le "Diploma in Advances Mathematics" et en deux ans le B. Sc. Ces deux titres sont des Postgraduate Degrees.

./.

ECOSSE

L'organisation diffère passablement d'une université à l'autre. Elle comprend généralement deux orientations possibles : Mathématiques pures ou mathématiques et statistique.

Par exemple, à Edinburgh, l'étudiant a une dizaine d'heures de cours par semaine sur les matières suivantes, au choix, non comprises deux heures de classe ou de révision tutoriale :

3ème année

Introduction to abstract algebra,
Projective and algebraic geometry,
Real analysis,
Complex analysis,
Functional analysis,
Numerical analysis,
Statistics,

éventuellement :

Mathematical logic,
Differential equations,
Number theory.

4ème année

Integration (and Fourier analysis),
Special topics in complex analysis,
Advanced numerical analysis,
Partial differential equations,
Statistics,

et au choix :

Topology,
Special topics in algebra,
Special topics in real analysis,
Functional analysis,
Axiomatic set theory,
Special topics in numerical analysis,
Mathematical probability,
Special topics in geometry.

Les étudiants ne suivent pas de séminaire.

Même organisation qu'en Angleterre pour le "Vacation reading".

Les universités écossaises ne sont pas entièrement satisfaites de l'organisation des études et sont en train de repenser tout le problème de la formation des mathématiciens.

./.

SUEDE

Après avoir passé le premier niveau réduit à une année d'études et étudié une ou deux autres matières pendant la seconde année (par exemple la physique, la statistique ou l'analyse numérique), les étudiants peuvent suivre des cours de mathématiques pendant la troisième année. Le programme est le suivant :

Pendant chacun des deux semestres, l'étudiant choisit trois cours, par exemple parmi ceux cités ci-dessous (tous ne sont pas donnés chaque année) :

Fondement de l'analyse,
 Algèbre,
 Fonctions analytiques,
 Intégration,
 Equations différentielles,
 Topologie,
 Analyse fonctionnelle,
 Analyse de Fourier,
 Théorie des nombres.

SUISSE

L'organisation des cours du 2ème niveau varie énormément suivant les universités.

A Berne les étudiants doivent suivre, dès qu'ils en ont la possibilité, et suivant un schéma partiellement ordonné, les cours ci-dessous qui se répètent tous les 2 ou 3 ans :

Algebraische Strukturen,
 Algebra II und III,
 Gruppentheorie,
 Allgemeine Topologie,
 Topologische Vektorräume,
 Funktionalanalysis,
 Algebraische Topologie,

Analysis II und III,
 Differentialgleichungen II,
 Inhalt, Mass, Integral,

Angewandte Mathematik,
 Mengenlehre,
 Projektive Geometrie,
 Riemannsche Geometrie.

A Lausanne, les étudiants doivent s'inscrire aux cours conduisant à 3 certificats, à choisir dans la liste suivante, où les chiffres indiqués concernent les cours et exercices à suivre au deuxième niveau (certains certificats comprennent en outre des cours suivis au premier niveau déjà) :

1. Algèbre : 4 semestres à 2 + 1 h.
2. Géométrie :
 - algèbre géométrique : 2 semestres à 2 + 1 h.
 - géométrie supérieure : 2 semestres à 2 + 1 h.
3. Analyse supérieure :
 - fonctions analytiques : 2 semestres à 2 + 1 h.
 - chapitres choisis de mathématiques modernes : 2 semestres à 2 + 1 h.
4. Mathématiques appliquées :
 - mathématiques appliquées III : 1 semestre à 2 + 1 h.
 - méthodes mathématiques de la physique : 2 semestres à 2 + 1 h.
5. Analyse fonctionnelle : 3 semestres à 2 + 1 h.
6. Calcul des probabilités : 2 semestres à 2 + 1 h. plus étude d'un ouvrage imposé.
7. Analyse numérique : 3 semestres à 2 + 1 h.
8. Mécanique générale,
9. Mécanique spéciale,
10. Physique générale,
11. Physique théorique,
12. Astronomie.

Un des certificats au moins doit figurer dans la liste 1 à 4, et deux certificats au moins dans la liste 1 à 7.

Tout certificat de mathématiques comporte des obligations de séminaire.

Pour avoir sa licence, le candidat doit avoir suivi le cours de Théorie des fonctions.

A Zurich, E.T., les étudiants suivent les cours d'algèbre, de géométrie différentielle, d'analyse fonctionnelle, plus au moins deux cours à option.

Dans le programme du semestre d'été 1967, on trouve :

Spieltheorie und statistische Entscheidung,
 Fouriertransformationen,
 Asymptotische Reihen,
 Méthodes de la physique mathématique II,
 Chapitres choisis de la théorie des fonctions,
 Homologische Algebra II,
 Boolesche Algebra und ihre Anwendungen,
 Mengenlehre,
 Riemannsche Flächen,
 Part. Differentialgleichungen,
 Formale Systeme,
 Himmelsmechanik,

plus des cours de mathématiques appliquées et de nombreux séminaires. Certains de ces cours s'adressent plutôt aux étudiants du 3ème cycle. ./.

En Suisse, les étudiants suivent généralement des séminaires durant deux ans et y font un ou deux exposés chaque année.

Plusieurs cours sont suivis par des étudiants en physique théorique ou expérimentale.

J'ai déjà mentionné les modifications à l'étude dans les universités de la Suisse romande.

TURQUIE

Après la première année, les étudiants de l'"Ege" - Université poursuivent durant 3 ans leurs études qui comportent les cours suivants :

Analyse II :	6 h.
Géométrie différentielle :	6 h.
Fonctions analytiques :	3 h.
Equations différentielles et intégrales :	5 h.
Algèbre :	5 h.
Mécanique rationnelle :	5 h., plus deux cours à option, soit en astronomie, soit en physique.

Les étudiants suivent un séminaire pendant une année et y présentent un exposé.

Certains cours sont aussi suivis par les étudiants en astronomie ou en physique.

3.3. - Matières enseignées

Le programme des cours donne une idée globale de l'organisation des études dans chaque université, mais cette vue générale ne permet pas encore de faire des comparaisons entièrement fondées.

Dans ce but, il m'a paru nécessaire d'examiner de plus près les matières enseignées, ou du moins ce qu'au Royaume-Uni on appelle le "detailed syllabus".

Il n'était évidemment pas possible de considérer le contenu détaillé des cours de toutes les universités. Afin d'obtenir pourtant la plus grande information possible, j'ai proposé à mes correspondants de comparer directement le programme de leur université avec le programme qui figure dans le Livret européen de l'étudiant (Annexe 3).

./.

Ce choix ne prétend pas du tout imposer le programme du Livret à toutes les universités, mais il a été dicté par les considérations suivantes :

1. C'est un programme assez complet et détaillé qui se prête bien à la confrontation désirée.
2. Le programme a été établi par des personnalités compétentes représentant de nombreux pays intéressés à la présente enquête.

Or, il importe, dans des tentatives de collaboration, de ne pas repartir chaque fois ab ovo, mais d'utiliser le travail déjà accompli. On verra que cette méthode a partiellement réussi. Malheureusement, certaines réponses n'ont apparemment tenu compte que des en-têtes mentionnées dans le questionnaire, sans recourir au texte détaillé du Livret européen de l'étudiant. Dans ces conditions, il est probable que dans plusieurs cas, la matière enseignée a été un peu surestimée.

Dans le tableau suivant, j'indique quelques réponses.

La première colonne correspond aux numéros des matières énumérées dans le Livret européen de l'étudiant (voir Annexe 3).

Les colonnes suivantes correspondent soit à une université particulière, désignée par son initiale, soit à un pays en général.

Les nombres 1, 1/2, 0, indiquent que le sujet considéré est entièrement, partiellement ou à peine traité.

Après le tableau, je reprends la question pays par pays en complétant les renseignements et en reproduisant dans quelques cas tout ou partie d'un programme détaillé.

./.

	A (Graz)	DK (A)	FR (B.P.)	FR (N)	GR (T)	ALL	ANG (LE)	MALTE	SUE (G)	SUE (U)	SUI
--	-------------	-----------	--------------	-----------	-----------	-----	-------------	-------	------------	------------	-----

Premier niveau

1. Notions générales d'algèbre	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2. Géométrie analytique et différ.	1	1	1	1/2	1	1/2 à 1	1	1	1	1/2	1
3. Algèbre linéaire	1	1	1	1/2	1/2	1	1	1/2	1	1	1
4. Calcul diff. élémentaire	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
5. Calcul intégral	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
6. Séries	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
7. Equations différ.	1	1	1	1	1/2	1	1	1	1	1	1
8. Analyse numérique	1	0	1	0	0	1	1/2	0	1	1	1/2 à 1
9. Cinématique et cinétique	0	1/2	1	0	0	1/2 à 1	1	0	0	0	1/2 à 1
10. Calcul des probabilités	1/2	0	1	1/2	1	1/2 à 1	1/2	1/2	1	1	1/2 à 1

	A (Graz)	DK (A)	FR (B.P.)	FR (N)	GR (T)	ALL	ANG (LE)	MALTE	SUE (G)	SUE (U)	SUI
<u>Deuxième niveau</u> (mathématiques pures)											
11. Algèbre	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
12. Algèbre linéaire	0	1	1	1	1/2	1	1	1	1	1/2	1
13. Topologie générale	1	1	1	1	1/2	1	1/2	1	1	1	1
14. Espaces fonctionnels	1	1	1	1	1/2	1	1/2	1	1	1	1
15. Intégration	1	1	1	1	1	1	1/2	1	1	1	1
16. Calcul différentiel	1	1	1	1/2	1	1	1	1	1	1/2	1
17. Fonctions analytiques	1	1	1	1/2	1	1	1	1	1	1	1
18. Géométrie différentielle	1	0	1	1/2	1	1/2 à 1	1/2	1	0	0	1
19. Bloc élémentaire	1	0	0 à 1	0	1	0 à 1		0	1/2	1/2	? 1

./.

	A (Graz)	DK (A)	FR (B.P.)	FR (N)	GR (T)	ALL	ANG (LE)	MALTE	SUE (G)	SUE (U)	SUI
<u>Deuxième niveau</u> (mathématiques appliquées) (x)											
20. Compléments d'algèbre	1	1/2	1	1	1	0	1	1/2	1/2	1	
21. Fonctions analytiques	1	1	1	1	1	1/2	1	1	1	1	
22. Compléments de calcul intégral	1	1	1	1	1	0	1	1/2	1	1	
23. Espaces fonctionnels	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	
24. Equations intégrales	1	1	1	1/2	1/2 à 1	0	1	1	1	1/2 à 1	
25. Equations différ. ordinaires	1	1/2	1	1/2	1	1	1	1	1/2	1	
26. Equations aux dériv. partielles	1	1/2	1	1/2	1/2 à 1	1	1	1/2	1/2	1/2 à 1	
27. Calcul des variations	1	1/2	1	1/2	1/2 à 1	0	1	1/2	0	1/2 à 1	
28. Distribu- tions, etc.	1	1/2	1	1	1/2 à 1	1	1/2	1/2	1/2	1/2 à 1	
29. Fonctions spéciales	1	0	1	0	1/2 à 1	1	1	0	1/2	1/2 à 1	

(x) Les sujets mentionnés dans les points 20 à 29 ne figureraient pas au Royaume-Uni, dans un programme de "mathématiques appliquées". Selon le professeur Rosenhead (Liverpool), ils font partie des "mathématiques pures" au même titre que les sujets mentionnés dans les points 11 à 19. ./.

DANEMARK

Comme le point d'intersection des ensembles de cours qui composent les trois séries différentes d'études est constitué par math. 1 et math. 2, les renseignements figurant dans le tableau ci-dessus portent sur le contenu de ces deux cours. Les nombres 1, 1/2 ou 0 ne représentent évidemment que des estimations approximatives. Comme il existe certaines différences entre les Universités d'Aarhus et de Copenhague, les estimations concernent la situation telle qu'elle se présente à Copenhague.

Les autres cours de la première partie, donnés à Aarhus, portent sur les matières suivantes :

Mathématiques 3

Géométrie différentielle classique et moderne, variétés différentiables, groupes de Lie et géométrie Riemannienne.

Mathématiques 6

Analyse fonctionnelle classique et moderne, théorie spectrale des opérateurs dans un espace hilbertien, opérateurs différentiels.

Mathématiques 7

Théorie des catégories, structure d'anneau et modules, algèbre homologique, algèbre universelle.

Statistique 1

Théorie classique de probabilité, la combinatoire, distributions discrètes et continues, notions élémentaires de variables aléatoires, théorie des tests, théorie de l'estimation.

Statistique 2

Théorie moderne de probabilité fondée sur la mesure et l'intégration, processus stochastiques, modèles linéaires normaux, probabilité maximum.

Statistique 3

Analyse des variables aléatoires à plusieurs dimensions, déduction statistique pour les processus stochastiques, statistique de Neyman-Pearson-Wald.

En ce qui concerne la seconde partie des études, les cours suivants étaient, par exemple, proposés aux étudiants au cours du semestre de printemps de 1969 :

./.

Géométrie différentielle et topologie différentielle, algèbre homologique et algèbre universelle, théorie des catégories, caractères d'un groupe, algèbre, algèbre de Jordan, fondements des mathématiques, informatique, théorie des matrices dans l'analyse numérique, analyse numérique, traitement de données, théorie modèle de langage non finitaire, théorie axiomatique des ensembles, théorie de l'homotopie, théorie du cobordisme, suites spectrales, opérateurs pseudo-différentiels, catégorie homotopique stable de Boardman, systèmes dynamiques, deux séminaires sur la topologie algébrique, opérateurs de Sturm-Liouville, espaces localement convexes, algèbres de Banach, algèbres de fonctions, équations aux dérivées partielles et distributions, analyse de Fourier sur les groupes, choix de questions sur l'équation de Schrödinger, espaces nucléaires, nucléarité et mesures dans des espaces linéaires, séminaire sur l'analyse fonctionnelle, structure des ensembles convexes, calcul différentiel d'ensembles, questions sur la théorie avancée de probabilité, probabilité en physique, déduction statistique, résultats récents de la théorie de probabilité et des statistiques, génétique de population, théorie de la décision multiple, induction conditionnelle.

FRANCE

Les renseignements donnés concernent la maîtrise.

Les Professeurs Châtelet (Besançon) et Colleau (Orléans) considèrent que le programme du Livret européen de l'étudiant est pratiquement recouvert par l'enseignement dans leur université. Une seule réserve est faite concernant le bloc élémentaire.

Le Professeur Dieudonné (Nice), par contre, fait d'assez nombreuses réserves. Mais faut-il les interpréter comme des lacunes de la Faculté de Nice par rapport à d'autres universités françaises ? Pour ma part, j'aurais plutôt tendance à considérer ces réserves comme la marque d'exigences supplémentaires.

D'une manière générale, on peut dire que le programme du Diplôme universitaire d'études scientifiques (D.U.E.S.) (1er niveau français) correspond assez exactement et pour toutes les notions fondamentales au premier niveau du Livret européen de l'étudiant.

Pour ce qui est du deuxième niveau, le programme de licence consiste principalement en une mise au point de certaines notions considérées au premier niveau et de quelques compléments. Voici d'ailleurs un fragment du récent arrêté fixant le programme de la licence et de la maîtrise dans le domaine qui nous intéresse.

"Licence en mathématiques

A) Complément de mathématiques.

Dans ce cours, le professeur aura le souci constant d'indiquer l'insertion des matières enseignées dans les classes du second degré.

a) Analyse du langage mathématique usuel ; étude des notions et opérations logiques et ensemblistes fondamentales (connecteurs propositionnels, quantificateurs fonctions, relations, constructions par récurrence, nombres cardinaux, etc.). Applications à des problèmes variés concernant les programmes de l'enseignement secondaire et du 1er cycle des universités.

b) Groupes ; groupes finis. Polygones et polyèdres réguliers.

Anneaux et algèbres. Anneaux principaux.

Corps commutatifs ; extensions algébriques ; nombres algébriques ; existence (Cantor) et exemple simples (Liouville) de nombres transcendants. Corps finis, congruences.

c) Espaces métriques ; corps valués ; Corps des rationnels, des réels, des complexes et des pratiques.

Espaces vectoriels normés sur R ou C .

d) Formes quadratiques. Espaces euclidiens. Groupe orthogonal ; rotations et similitudes. Angles ; mesure des angles ; lien avec l'exponentielle complexe.

e) Différentiation et intégration. Mesures dénombrablement additives ; exemples.

f) Espaces probabilisés. Variables aléatoires. Fonctions de répartition ; valeur moyenne, variance, écart, type. Inégalité de Bienaymé, Tchebychev. Théorème de Bernoulli.

Indépendance et dépendance stochastiques. Corrélation.

Loi de Gauss à une et plusieurs dimensions ; raisons de son rôle.

g) Statistiques ; tests d'hypothèses, estimation de paramètres.

Maîtrise de mathématiques

C 1. Calcul différentiel.

Topologie générale. Espaces normés. Espaces hilbertiens. Espaces fonctionnels.

Applications : opérateurs compacts normaux. Equations intégrales. Equations de Sturm-Liouville.

Fonctions différentiables. Théorèmes des fonctions implicites.

Equations différentielles : théorèmes d'existence et d'unicité locale ; dépendance des paramètres. Equations différentielles linéaires. Calcul des variations. Equations d'Euler.

Applications : complément sur les équations différentielles (par exemple : cols, foyers et noeuds ; stabilité, théorème de Fuchs ; estimations asymptotiques, etc.).

Fonctions analytiques d'une variable complexe . ./.

C 2. Calcul intégral.

Mesures. Intégration (dans \mathbb{R}^n).

Distribution (théorie élémentaire). Convolution.

Transformation de Fourier (dans \mathbb{R}^n , \mathbb{T}^n et \mathbb{Z}^n).

Introduction au langage des probabilités.

Opérateurs différentiels linéaires et problèmes aux limites : laplacien, opérateur des ondes, opérateur de la chaleur, etc.

C 3. Algèbre et géométrie.

Compléments d'algèbre linéaire.

Extensions algébriques.

Anneaux de polynômes. Ensembles algébriques affines.

Homologie. Un exemple au choix (l'homologie simpliciale, l'homologie singulière, la cohomologie des groupes, la cohomologie des formes différentielles, etc.).

Variétés différentiables : définitions, exemples. Fibrés vectoriels, revêtements.

Le professeur développera en outre les sujets de son choix, en connexion avec l'un des sujets précédents."

GRECE

La comparaison avec le Livret européen de l'étudiant permet de penser que la licence grecque ne serait pas tout à fait au niveau d'un titre complet du 2ème cycle et que notamment un effort devrait être fait en faveur de branches fondamentales comme l'algèbre linéaire et la topologie générale.

ITALIE

Les universités italiennes n'ont pas utilisé le Livret européen de l'étudiant, mais l'Université de Rome a envoyé un programme très détaillé du contenu des cours du 2ème niveau pendant l'année 1966-1967.

J'en reproduis ci-dessous les passages concernant quelques uns des cours de mathématiques pures.

./.

"Matematiche complementari I.

Spazi vettoriali e trasformazioni lineari. Algebra delle matrici quadrate.

Forme bilineari e forme quadratiche. Forme hermitiane.

Spazi vettoriali normati. Spazi di Hilbert. Spazi euclidei.

Rappresentazione delle forme lineari in uno spazio euclideo. Trasformazione aggiunta.

Forma canonica di Jordan. Teoria dei divisori elementari di una matrice. Elementi di teoria dei numeri.

I problemi geometrici. Metodi sintetici ed algebrici di risoluzione. Costruzioni con riga e compasso.

Matematiche complementari II (liste abrégée).

Caratterizzazione assiomatica dei reali. Fondamenti della geometria euclidea secondo D. Hilbert.

Geometria di incidenza : caso affine e proiettivo.

La geometria euclidea (iperbolica, ellittica) costruita sul concetto di simmetria.

Studio della geometria di Bachmann e caratterizzazione della geometria euclidea (ellittica, iperbolica).

Analisi superiore.

Problemi al contorno "ben posti". Principio di esistenza. Gli spazi funzionali H_m et H_m^1 . L'operatore traccia. Lemmi di Sobolev ed Ehrling, Sistemi lineari ellittici. Soluzioni semideboli di problemi al contorno per sistemi ellittici. Regolarità al contorno : I classici problemi al contorno di tipo ellittico della Fisica matematica : Operatori fortemente ellittici. Diseguaglianza di Garding. Problemi di autovalori. Il metodo di Rayleigh-Ritz. Il metodo di Weinstein-Arenszajn. Costruzione degli operatori intermedi. Invarianti ortogonali di operatori compatti positivi. Approssimazioni per eccesso degli autovalori di un operatore compatto positivo. Rappresentazione degli invarianti ortogonali. Costruzione esplicita della matrice di Green per un sistema ellittico. Applicazioni.

./.

Geometria superiore.

Teoria dell' omologia e della coomologia. Complessi simpliciali e complessi astratti. Omologia e coomologia di un complesso di catena. Omologia e coomologia relative e successioni esatte. Teoremi dei coefficienti universali. Omologia et coomologia di 2 Specie. Omologia e coomologia singolari a supporti compatti e non compatti. Operatori di omotopia e teoremi di invarianza. Varietà compatte e non compatte. Teoremi di isomorfismo e di dualità.

Insegnamenti complementari

Algebra superiore.

Parte I. Lo scopo della prima parte è di sviluppare la teoria dei corpi commutativi e la teoria di Galois per ottenere i teoremi classici sulle costruzioni con riga e compasso e il teorema di Abel-Ruffini.

1. Richiami di algebra lineare. Spazi vettoriali, basi, dimensione, applicazioni alla teoria dei corpi.

2. Teoria di Galois. Ampliamenti algebrici, numeri euclidei e applicazioni, corpo di spezzamento di un polinomio, chiusura algebrica, ampliamenti separabili, quasi galoisiani, galoisiani, teorema fondamentale sulla corrispondenza di Galois, gruppi risolubili, teorema di Abel-Ruffini sulle equazioni di grado > 4 .

Parte II. Lo scopo della seconda parte è di arrivare ai teoremi classici sul numero di classe e il teorema delle unità.

3. Teoria delle valutazioni. Valutazioni su un corpo commutativo, il teorema di approssimazione, completamenti.

4. Corpi completi. Il teorema di Ostrowski, il lemma di Hensel, estensione delle valutazioni, corpi locali.

5. Anelli di Dedekind. Interi algebrici, gruppo di classe, grado di ramificazione e del corpo dei resti, discriminante, differente, estensioni quadratiche.

6. Corpi globali. La formula del prodotto, ideles e adeles, il numero di classe e il teorema delle unità.

Parte III. Introduzione alla teoria del corpo di classe.

(A seconda del tempo rimasto)".

On constate, par les renseignements précédents, que même si les programmes italiens ne coïncident pas complètement avec celui du Livret européen de l'étudiant et que l'organisation des études semble permettre à certains étudiants de glisser à côté de notions aujourd'hui fondamentales, en revanche, un gros effort est fait pour maintenir les études à un niveau élevé. Les correspondants italiens connaissent eux-mêmes leurs problèmes et cherchent à les résoudre.

NORVEGE

A défaut d'un programme détaillé, la liste des cours assez complète, déjà donnée dans le paragraphe 3.2.2, semble indiquer que la matière traitée au cours de la 4ème année correspond au 2ème niveau du Livret européen de l'étudiant.

PAYS-BAS

Selon le Professeur N. H. Kuiper (Amsterdam), on peut dire d'une façon générale que le programme mentionné dans le Livret européen de l'étudiant est légèrement plus vaste que le programme du premier niveau (deux ans au minimum, trois ans en général pour les bons étudiants) dans les universités des Pays-Bas. Les matières des rubriques 9 (cinématique et dynamique) et 10 (introduction au calcul des probabilités) ne sont cependant pas étudiées par tous les étudiants en mathématiques.

Le Professeur Freudenthal (Utrecht) estime que la presque totalité des sujets mentionnés dans le Livret européen de l'étudiant sous premier niveau et deuxième niveau (Mathématiques pures) sont traités à Utrecht durant les deux premières années.

Par contre, plusieurs sujets du deuxième niveau (Mathématiques appliquées) ne sont guère traités.

Quelques cours considérés comme appartenant au deuxième niveau néerlandais sont cités :

Théorie des groupes et de leurs représentations,
Fondements de la géométrie,
Opérateurs de l'espace de Hilbert,
Topologie algébrique,
Géométrie algébrique,
Théorie des nombres,
Equations différentielles,
Théorie de Galois,
Méthodes numériques,
etc.

Ce programme semble correspondre au moins au programme du Livret européen de l'étudiant.

REPUBLIQUE FEDERALE D'ALLEMAGNE

Les réponses allemandes estiment en général que les études comprennent, sinon la totalité, du moins la partie essentielle du programme du Livret européen de l'étudiant. Ici ou là apparaissent quelques exceptions. Les plus fréquentes concernent, au premier niveau, le sujet 2 (Géométrie analytique), sans doute parce qu'une partie appartient au programme secondaire, le sujet 9 (Cinématique et cinétique), le sujet 10 (Introduction au calcul des probabilités).

./.

Au deuxième niveau (Mathématiques pures), une réserve est faite dans une ou deux réponses à propos des sujets 13 (Topologie générale), 14 (Espace fonctionnel), 18 (Géométrie différentielle) et 19 (Bloc élémentaire).

Enfin, le deuxième niveau (Mathématiques appliquées) appelle un peu plus de réserves, notamment les sujets 24 (Equations intégrales), 26 (Equations aux dérivées partielles), 27 (Calcul des variations), 28 (Distributions), 29 (Fonctions spéciales).

En revanche, plusieurs universités signalent de nombreuses théories enseignées qui ne figurent pas dans le programme du Livret européen de l'étudiant. Je les ai en parti déjà mentionnées dans le paragraphe 3.2.2. Ce sont entre autres :

La topologie algébrique,
 Les groupes de Lie,
 La théorie des nombres,
 Les séries divergentes,
 Les langages formels et de programmation,
 La théorie des jeux,
 etc.

On peut donc admettre que dans la plupart des universités l'enseignement recouvre ou cherche à recouvrir le programme du Livret européen de l'étudiant, et que, lorsque ce n'est pas le cas, d'autres branches suppléent aux différences constatées.

ROYAUME-UNI

ANGLETERRE

Je crains d'arriver à un point délicat de l'enquête, puisque les universités anglaises n'ont pas accepté le principe des trois niveaux et ont renoncé à se servir du Livret européen de l'étudiant pour décrire leur programme.

Une seule exception, celle de Leicester, dont on trouvera la réponse au tableau général.

Dans les autres cas, il me semble que le programme résumé de l'Université de Sheffield et un fragment du programme détaillé d'Oxford devraient garantir, en tout cas pour certaines universités, l'équivalence avec le programme du Livret européen de l'étudiant.

Université de Sheffield

Pure mathematics - 1st 2 years.

Set theory. Elementary theory, mappings, relations.

Analysis. i) Real variable. Sequences and series, continuous and differentiable functions, power series. The Riemann integral. Mappings between metric spaces. Differentiation of functions from R^m to R^n .

ii) Complex variable. Regular functions on a domain. Cauchy's theorem. Laurent series. Calculus of residues.

Algebra. i) Linear Algebra. Finite dimensional vector spaces over an arbitrary field. Linear mappings, matrices ; rank ; characteristic equation. Linear equations, bilinear and quadratic forms. Finite dimensional Hilbert spaces.

ii) Groups, rings, fields. Subgroups, quotient groups, morphisms. Permutation groups, matrix groups, finite groups. Elementary properties of rings. Integral domains, division rings, characteristic, field of fractions. Finite fields. Polynomial rings. Irreducible polynomials. Polynomials with real and complex coefficients.

Pure mathematics - 3rd year.

Theory of Fourier series and integrals. Convergence of Fourier series, Parseval's theorem, Fejer and Weierstrass approximation theorems. Fourier and Laplace transforms. Summability.

Differential and integral equations. Banach's fixed point principle. Existence and uniqueness for systems of 1st order differential equations. Fredholm integral equations.

Field theory. Ideals, Field extensions, dimension. Splitting fields of polynomials. Algebraic closure. Elementary Galois Theory.

Rings and modules. Commutative algebra. The theory of principal ideal domains. Gaussian arithmetic. Theory of invariant factors. Applications of invariant factors to the theory of matrices. Modules.

Analytic topology. Topological spaces. Connectedness. Separation axioms. Compactness, Metric spaces. Countability conditions and metrizability. Product spaces.

Puisque j'ai évoqué le problème du titre de Master of science au paragraphe précédent, il serait normal d'en indiquer aussi le programme. Je me bornerai à donner, à titre d'exemple, le programme de deux des cours annoncés par l'Université de Sheffield.

Theory of modules. Modules, simple and semi-simple rings ; Wedderburn's theorem. Prime ideals in a commutative ring. Minimal prime ideals and radicals. Integral dependence. Primary submodules. Lasker decompositions. Graded rings and modules. Homogeneous primary decompositions. Fractions functors. Localisation. Noetherian rings and modules.

Functional Analysis. Baire's theory of categories. Equicontinuity, Arzela's theorem. The Stone-Weierstrass theorem. Semi-continuity and arc length. Banach spaces. Linear operators and functionals. Reflexive spaces. The Hahn-Banach theorem. The principle of uniform boundedness. Open mapping and closed graph theorems. Topological vector spaces. Convexity. The Krein-Millmann Theorem.

./.

Il semble bien que dans d'autres universités, le contenu de ces cours de 4^{ème} année soit rattaché au 2^{ème} niveau, en partie au 3^{ème}. Il en va de même pour la plupart des autres M. Sc. courses. Et ceci posera un problème non négligeable, si l'on veut trouver une solution satisfaisante au problème des équivalences :

Le titre de Master of Science correspond-il à la maîtrise française ou à un diplôme de 3^{ème} cycle ?

Université d'Oxford

2^{ème} année :

Analysis.

Real and complex number systems.

Construction of the real numbers from the rationals by means of nested intervals, Dedekind sections, Cauchy sequences and radix fractions.

Point-set topology.

Elementary operations with sets. Countable and uncountable sets. Equivalence relations. Definition of a topological space in terms of the family of open sets. Closed sets. Closure, interior and frontier of a set. Continuous mappings. Compact sets. Connected sets. Hausdorff spaces. Convergent sequences. Metric spaces. Uniform continuity for functions on metric spaces.

Real variables.

Bounded variation (for functions of a single variable) ; differentiation ; differentials, Jacobians, inverse function and implicit function theorems ; Taylor's theorem, maxima and minima. Elements of Lebesgue integration (including dominated convergence theorem) ; extension to Stieltjes integrals. (Measure theory may be dealt with in lectures but will not be examined). Inversion of order of integration in repeated intervals in two variables. Convergence and uniform convergence of sequences, series, products and integrals.

Calculus of variations.

Necessary conditions for stationarity under weak variations.

Analytic functions.

Cauchy's theorem (including proof for triangles and rectangles), calculus of residues, conformal representation, power series, Taylor and Laurent series (including Lagrange's formula for the reversion of series) ; the gamma function.

Orthogonal functions.

Expansions in terms of orthogonal functions ; application to boundary-value problems.

Fourier and Laplace transforms.

Theory of the transforms, using the Lebesgue integral. ./.

ECOSSE

Les universités écossaises estiment en général que, globalement, leur programme du B. Sc. recouvre à peu près le programme du Livret européen de l'étudiant.

Le Dr. Hunter, Glasgow, tout en défendant ce point de vue, "soupçonne" que le niveau de difficultés des études n'est pas aussi élevé que celui des universités françaises. C'est probablement le cas, surtout après la réforme récente et l'introduction de la maîtrise française, et en attendant l'aboutissement de la réforme entreprise en Ecosse.

SUEDE

Vu la liberté de choix des cours qui existe au deuxième niveau, un étudiant, en général, n'a pas atteint le niveau indiqué ici lorsqu'il passe son diplôme de fil. kandidat (comparable au grade de Bachelor). Toutefois, les étudiants qui continuent jusqu'au diplôme de fil. licenciat atteignent le niveau indiqué dans l'année ou les deux années qui suivent.

SUISSE

La plupart des correspondants suisses estiment que les matières indiquées dans le Livret européen de l'étudiant, du moins pour ce qui concerne les niveaux 1 et 2 (Mathématiques pures) figurent au programme de leur université ; ici ou là est signalée quelque lacune.

Des réserves un peu plus importantes, mais variant avec les universités, sont faites à l'égard du deuxième niveau, notamment au sujet des équations intégrales, des équations aux dérivées partielles, du calcul des variations, des distributions ou des fonctions spéciales.

Si cette opinion me paraît légèrement optimiste, du moins peut-on admettre qu'elle décrit la situation dans un proche avenir.

Il est d'ailleurs certain que sur plusieurs points, le programme du Livret européen de l'étudiant est nettement dépassé.

L'Université de Lausanne mentionne par exemple des cours sur les variétés différentiables, sur les groupes classiques, sur la représentation des groupes et sur la théorie de Galois.

L'Université de Zurich fait état, entre autres, des cours sur la théorie des nombres, sur les espaces vectoriels topologiques, sur la représentation conforme, sur les algèbres, sur la théorie de la décision, etc.

J'ai déjà signalé plus haut les cours donnés pendant un semestre à l'Ecole polytechnique de Zurich. Plusieurs d'entre eux appartiennent au 3ème niveau.

Il semble donc que, compte tenu des quelques modifications à l'étude, le programme des universités suisses correspondé au Livret européen de l'étudiant.

TURQUIE

Les réponses reçues de l'"Ege"-Université ne mentionnent que les noms des cours (voir paragraphe précédent) et ne donnent pas d'indication concernant les matières. Il est pourtant peu probable que le programme du Livret européen de l'étudiant soit entièrement couvert. Les Professeurs Kula et Koschmieder en sont conscients, comme l'indique leur intention d'ajouter au programme quelques sujets de mathématiques modernes (qui ne figurent actuellement que dans cours à option).

COMMENTAIRE

Il est évident que le programme détaillé des cours d'une université est un des éléments à notre disposition qui devrait le mieux permettre de déterminer le niveau des études et de servir à la définition de leur équivalence.

Mais en fait, là aussi, l'interprétation joue un rôle important.

D'autre part, comme les étudiants ne sont pas partout obligés de suivre le programme complet, des différences assez considérables peuvent apparaître selon les exigences des examens.

Enfin, le contenu des cours est peut-être ce qui varie le plus, ou ce qui devrait varier le plus, autant dans une université très développée que dans une université en voie d'évolution.

Ces réserves étant formulées, on peut admettre que le programme du Livret européen de l'étudiant correspond assez bien au programme fondamental actuel d'assez nombreuses universités.

Bien sûr n'est-il ni de notre devoir, ni en notre pouvoir, de chercher à l'imposer à qui que ce soit, pas plus que n'importe quel autre programme. Il ne me paraît même pas raisonnable de vouloir en faire une condition pour la reconnaissance d'un titre.

En revanche, il pourrait être utile de prendre position à son égard et de chercher à le mieux faire connaître, lui ou tout autre programme de base minimum.

Dans quelques universités, les responsables de l'enseignement des mathématiques, qui estiment eux-mêmes que certains points de ce programme ne sont pas suffisamment pris en considération chez eux, pourraient être encouragés, par une telle prise de position, à entreprendre l'effort d'adaptation nécessaire.

Je ne pense pas qu'une telle décision puisse retenir sur la voie du progrès et de l'amélioration des cours, les universités qui estiment d'ores et déjà aller au-delà de ce programme. D'ailleurs, il se pourrait bien que certaines réponses soient un peu optimistes et désignent plus un but à atteindre qu'une situation acquise.

Une question pourrait être posée. Le programme du Livret européen de l'étudiant doit-il être proposé tel qu'il est ou devons-nous déjà lui faire subir certaines modifications ?

Tout en estimant qu'un tel programme ne peut avoir qu'une signification provisoire et doit être maintenu en évolution, j'estime qu'il serait imprudent d'entreprendre déjà sa révision (*). Tout au plus pourrait-on confier cette tâche à une prochaine commission et indiquer à titre documentaire quelques modifications désirées, par exemple introduire quelques sujets facultatifs parmi ceux dont on peut penser que dans un avenir plus ou moins proche, ils feront partie d'un programme de base.

3.4. - Examen et contrôle des études

La manière dont est sanctionné le travail des étudiants joue aussi un rôle important dans la comparaison des études. On constatera de sensibles différences dans les habitudes des divers pays.

3.4.1. Organisation générale des examens

AUTRICHE

Le premier niveau (2 ans) se termine par le premier "Diplomprüfung" qui comporte des examens individuels dans les différentes matières obligatoires.

Le second niveau se termine par le second "Diplomprüfung". Sont seulement admis ceux dont le mémoire (Diplomarbeit) a été **accepté**.

Les examens individuels peuvent être écrits ou oraux.

BELGIQUE

La durée minimum des études est prescrite :

1er niveau (candidature) :	2 années
2ème niveau (licence) :	2 années.

Il n'y a pas d'âge minimum pour commencer les études universitaires.

(*) Voir point 1 (c) des recommandations adoptées par le groupe de mathématiciens convoqué à Strasbourg les 27 et 28 février 1969 (Annexe I, page 115 d). ./.

Les examens sont organisés selon un plan assez strict : il y a un examen chaque année pour chacun des cours.

Les examens se passent pendant deux périodes d'examen :

1ère période :

comprend le second semestre de l'année académique (pour les cours (y compris les exercices) entièrement donnés pendant le premier semestre) plus fin juin - début juillet (pour tous les cours).

2ème période : septembre

En cas d'échec pendant la première période, un étudiant peut se représenter pendant la deuxième période (sauf des cas exceptionnels, dits "d'exclusion").

Un étudiant peut se représenter en cas d'échec, indéfiniment.

(Il pourrait théoriquement obtenir (du conseil d'administration de l'université) la permission de continuer ses études en cas d'échec, sauf pour le passage de candidature à la licence. Ces cas doivent être très exceptionnels).

Les examens sont oraux (sauf pour les exercices).

La présentation d'un mémoire de fin d'études est obligatoire. Il est jugé selon les critères indiqués à la page 98.

La participation aux exercices et l'obligation de suivre les cours peuvent être exigées par les professeurs dans les universités dont les diplômes en font mention.

Sauf pour des cas extrêmes, les professeurs ne se montrent généralement pas sévère sur ce point. Certains n'y attachent aucune importance.

DANEMARK

Chacun des cours de la première partie des études se termine par un examen qui comprend des épreuves à la fois écrites et orales :

Math. 1 : 3 épreuves écrites, 1 épreuve orale

Math. 2 : 2 épreuves écrites, 1 épreuve orale

Pour les autres cours, habituellement, 1 épreuve écrite, 1 épreuve orale.

L'examen qui clôt la seconde partie des études comprend un examen général (1 épreuve écrite et 2 épreuves orales) portant sur certaines des matières prises comme matières de seconde partie, ainsi que la présentation d'un mémoire (specialeopgave).

Le candidat peut se présenter jusqu'à trois fois à un examen.

La portée du mémoire est la même que celle qui est décrite à la page 98, points 2) et 3).

FRANCE

Les examens sont organisés selon un plan strict.

Licence : Epreuves écrites (éliminatoires) :

Une première épreuve écrite, durée : 4 h.

Une deuxième épreuve écrite, durée : 4 h.

Epreuve orale.

Maîtrise : Pour chaque certificat C 1), C 2), C 3), et C 4).

2 épreuves écrites éliminatoires, durée : 4 h.

Epreuve orale.

En cas d'échec, le candidat peut se représenter deux, éventuellement trois fois. Il ne peut continuer ses études en attendant de repasser ses examens non réussis.

Les examens ne comportent pas de mémoire.

GRECE

A l'Université de Thessalonique, les examens sont organisés suivant un plan assez strict.

Il y a un examen chaque année pour chacun des cours.

Ils sont écrits et éventuellement oraux.

En cas d'échec, un candidat peut se présenter 3 fois au même examen.

Il peut pourtant continuer ses études.

ITALIE

Les examens sont organisés selon un plan strict.

A la fin de chacune des deux premières années, il y a un examen sur chacun des 4 cours fondamentaux.

En troisième et quatrième année, il y a un examen sur chacune des branches choisies selon les exigences du programme (Voir N° 3.2.2.), 4 branches en 3ème année et 3 branches en 4ème année.

En principe, les examens - d'une durée d'une demi-heure - sont oraux, mais ils sont parfois précédés d'une épreuve préliminaire écrite.

En cas d'échec, un candidat peut se présenter un nombre illimité de fois.

Il peut pourtant continuer ses études, sauf à la fin de la première année s'il n'a pas réussi deux des trois examens portant sur les disciplines mathématiques.

MALTE

Les examens sont organisés selon un plan strict.

Première année : trois épreuves écrites de 3 heures chacune.

Troisième année : quatre épreuves écrites de 4 heures chacune.

Le travail des étudiants est suivi de près grâce à un système d'études surveillées (tutorials).

NORVEGE

A Bergen, les examens ne sont pas organisés selon un plan strict.

Après la 1ère année, examens sur les cours d'analyse et d'algèbre linéaire.

Au deuxième niveau, examens suivant l'orientation des études.

Les examens des premières années sont écrits, puis certains sont écrits et oraux. Enfin, les examens sur les branches considérées du 3ème cycle (topologie, etc. voir N° 3.2.2.) sont oraux.

En cas d'échec, le candidat peut se présenter 3 fois, mais ne peut poursuivre ses études.

A Oslo, les examens sont organisés conformément à un plan relativement strict.

Après la première demi-année, il y a un examen sur le cours de calcul. Tous les examens du premier et du second niveaux sont écrits. En cas d'échec, le candidat peut se représenter deux fois. En attendant, il peut continuer ses études.

PAYS-BAS

A Utrecht, pendant les deux premières années, les examens ont lieu sous forme de 3 interrogations écrites au cours de l'année (décembre, mars, juin).

Au deuxième niveau, les examens sont oraux d'une durée variable. Ils peuvent être partiellement remplacés par la composition d'un mémoire.

En cas d'échec, le candidat peut se représenter théoriquement autant de fois qu'il le veut, mais en pratique une seule fois.

Dans les autres universités néerlandaises, il existe également des épreuves écrites associées trois fois par an à des réunions d'exercices, mais, à part cela, l'étudiant est libre de passer séparément les examens dans les différentes matières à plusieurs époques de l'année et, en cas d'échec, il peut se représenter.

A Amsterdam, 20 % environ des étudiants qui commencent leurs études universitaires, réussissent à l'examen de "candidat" dans les trois ans. En ce qui concerne les pourcentages pour l'Université d'Utrecht, 25 % des étudiants qui sont reçus au "Doctoraal examen" (c'est-à-dire 60 % de tous les étudiants qui commencent leurs études universitaires), réussissent à l'examen de "candidat" dans un délai de deux ans et demi.

REPUBLIQUE FEDERALE D'ALLEMAGNE

(Premier) Staatsexamen

Cet examen, qui est un examen d'Etat, se compose généralement de deux ou trois épreuves écrites de 4 heures et de deux ou trois épreuves orales d'une heure portant sur les deux matières principales (par exemple mathématiques et physique) et sur la matière à option. Le (premier) Staatsexamen a lieu à la fin des études du 2ème cycle, mais est parfois précédé, vers la fin de la deuxième année, d'un examen intermédiaire (Zwischenprüfung) portant sur les cours de base du 1er niveau.

De plus, dans la plupart des Länder, les candidats doivent se présenter, au plus tôt après le 6ème semestre, à une épreuve, appelée "Philosophikum", qui se compose d'une interrogation écrite de pédagogie ou de philosophie et d'une interrogation orale portant sur l'une et l'autre matières. Outre cette épreuve, la principale différence entre le Staatsexamen et le Diplomprüfung est l'importance attribuée dans le Staatsexamen à une deuxième matière, la physique par exemple.

Pour le mémoire (Staatsexamensarbeit) à soumettre avant, voir pages 95 et 97.

En cas d'échec, le candidat a le droit de se présenter une seconde fois à l'examen.

Une nouvelle réglementation du Staatsexamen, calquée sur celle du Diplomprüfung est en préparation.

(Pour le deuxième Staatsexamen, voir page 30).

Diplomprüfung

Exception faite du choix d'une matière à option, les examens sont organisés suivant un plan relativement strict (Prüfungsordnung), qui varie d'ailleurs d'une université à l'autre.

Au milieu des études, donc en principe après la 2ème année, a lieu un Vordiplom-Prüfung (examen précédant le diplôme), portant sur les cours des 3 ou 4 premiers semestres et le plus souvent sur 4 matières. Ces Vordiplom examens sont oraux dans la plupart des universités, d'une durée d'une demi-heure à une heure par matière ; écrits, parfois écrits et oraux dans quelques universités, spécialement dans les écoles techniques supérieures (Technische Universitäten et Technische Hochschulen).

A la fin des études ont lieu des examens, le plus souvent oraux, d'une durée d'une demi-heure chacun, portant généralement sur 3 matières, par exemple mathématiques pures, mathématiques appliquées et une matière à option.

Pour le mémoire (Diplomarbeit) à soumettre avant, voir pages 95 et 97.

En cas d'échec, le candidat a le droit de se présenter une seconde fois, rarement une troisième.

Actuellement, on vient d'élaborer un règlement (cadre) (Rahmenprüfungsordnung) pour les examens de diplôme (Diplomprüfungen), qui s'appliquera à toutes les universités en République Fédérale d'Allemagne.

ROYAUME-UNIANGLETERRE

On peut dire que, compte tenu des options concernant les branches secondaires, presque toutes les universités font passer des examens suivant un plan strict. Mais ce plan varie passablement d'une université à l'autre. Un seul élément vraiment connu : les examens sont toujours écrits.

Leicester

Examen après la seconde année sur l'ensemble des branches suivies et après la troisième année sur 4 des sujets suivants : Analyse, Fonctions complexes, Géométrie, Topologie, Analyse fonctionnelle, Logique mathématique, algèbre.

Londres (University College) et Sheffield

Examens tous les ans.

Newcastle upon Tyne

Examen de qualification à la fin de la première année (ou à la fin de chacune des deux premières années, pour les étudiants faisant des études en 4 ans).

Examen final après deux ans d'Honours school, consistant en 7 "papiers" (7 interrogations écrites) dont quelques-uns peuvent déjà être passés en cours d'études.

Oxford

Après la première année (Moderation), un examen composé de 5 "papiers" portant sur : Algèbre, Analyse I, Mécanique, Mathématiques appliquées et Géométrie, Analyse II. Chaque "papier" est une interrogation écrite d'une durée de 3 heures.

L'examen final se compose de 8 "papiers" (interrogation écrite de 3 heures chacune). 2 de ces "papiers" portent sur : Algèbre, Analyse. 3 sont à choisir parmi : Géométrie, Mécanique, Mathématiques appliquées, Equations différentielles et probabilités, les 3 derniers "papiers" sont à choisir parmi les cours de la section II (voir 3.2.2.) : Algèbre, Analyse et fondements, Géométrie, Topologie, etc.

Quant à la procédure en cas d'échec, la plupart des universités admettent au plus une répétition de l'examen l'année suivante.

Il convient d'ajouter deux mots à propos des examens du M. Sc., quel que soit le niveau auquel ce titre sera finalement rattaché. Le M. Sc. peut s'obtenir à la suite d'un examen passé après une année de cours post-graduates ou par la présentation d'une thèse.

A Oxford, des études semblables permettent d'obtenir le Diploma in advanced study.

ECOSSE

Les examens sont organisés à peu près comme en Angleterre avec présentation de quelques "papiers" obligatoires au cours des deux premières années et de 6 ou 7 "papiers", dont certains sont obligatoires, aux examens finals.

Le titre de M. Sc. a l'air de constituer plutôt une étape préliminaire sur le chemin du doctorat.

SUEDE

Les examens sont organisés de manière stricte et se composent d'une interrogation à la fin de chaque cours.

./.

Ils sont écrits, mais peuvent être complétés par des examens oraux.

Le candidat peut se présenter 4 fois à un examen en cas d'échec.

SUISSE

C'est peut-être pour la question des examens que la situation est en Suisse la plus anarchique. Chaque université possède son propre système, ce qui exclut une description générale de la situation.

Plan assez strict à l'Ecole polytechnique (Eidgenössische Technische Hochschule) de Zurich, avec 2 examens préliminaires après la première et la deuxième année, et un examen final comprenant 6 branches, dont 3 à option. Examen écrit dans quelques branches principales ; oral, d'une demi-heure, dans les autres.

Plan de l'Université de Zurich, comprenant un premier examen préliminaire (Calcul différentiel et intégral, Géométrie descriptive et analytique), un deuxième examen préliminaire (Physique expérimentale et une branche subsidiaire), un examen final (Mathématiques, Physique théorique). Examen écrit et oral en mathématiques seulement, oral dans les autres branches.

A Berne, plan rappelant plutôt le Staatsexamen allemand.

A Lausanne, (voir N° 3.2.2.) et à Neuchâtel, plan décomposé en certificats, qui peuvent être passés dans l'ordre choisi par le candidat. Les certificats comportent pour la plupart une interrogation écrite et une interrogation orale.

A Genève, 13 branches d'examen à grouper selon le bon plaisir du candidat. Examen écrit et oral pour le calcul différentiel et intégral pour la théorie des fonctions analytiques, examen oral pour les autres branches.

En cas d'échec à un examen, l'Ecole polytechnique et les universités de Berne et Zurich admettent une seule répétition, les autres universités deux répétitions.

TURQUIE

Les examens sont organisés suivant un plan strict à la fin de chaque cours faisant partie d'un des certificats exigés pour la licence :

Mathématiques générales I (Analyse I, Géométrie analytique, Géométrie différentielle I).

Mathématiques supérieures (Analyse II, Géométrie différentielle II, Mécanique rationnelle, Théorie des fonctions, Equations différentielles et intégrales, Algèbre, Sujets choisis de mathématiques supérieures I et II, Séminaire).

Astronomie,

Physique expérimentale.

Tous les examens sont écrits.

En cas d'échec, ils peuvent être répétés encore trois fois.

COMMENTAIRE

1) Presque partout, les examens sont organisés suivant un plan assez strict. Il faut remarquer toutefois que si le plan d'examens et la matière sur laquelle porte l'interrogation sont bien déterminés, le moment de l'examen peut être souvent retardé pour les candidats qui ne se sentent pas suffisamment préparés (voir durée réelle des études).

2) Les examens sont écrits et oraux dans les pays suivants : AUTRICHE, DANEMARK, FRANCE, NORVEGE, PAYS-BAS, REPUBLIQUE FEDERALE D'ALLEMAGNE, SUISSE.

Les examens sont essentiellement écrits dans les pays suivants : GRECE, MALTE, ROYAUME-UNI (Angleterre & Ecosse), SUEDE, TURQUIE.

Les examens sont essentiellement oraux dans les pays suivants : BELGIQUE, ITALIE.

Devant cette diversité, il pourrait être intéressant d'entendre les arguments des partisans des divers systèmes.

3) On constatera d'autres différences, telles que le nombre de répétitions d'un examen en cas d'échec. Dans certains pays manquant de place, de professeurs et d'assistants, il semble bien qu'une plus rapide élimination des candidats médiocres contribuerait à une amélioration des conditions d'enseignement pour les meilleurs étudiants. Tous les professeurs connaissent le cas de ces malheureux candidats que l'on n'ose plus faire échouer parce qu'on les a gardés trop longtemps.

4) Je ne crois pas que nous ayons à prendre parti sur la question des examens, car une méthode d'examens n'est probablement pas en soi meilleure ou pire qu'une autre. Il s'agit surtout d'une question d'habitude et de tradition nationales. Comme nous le rappelle le Professeur van der Waerden : "Un système d'examens n'est jamais satisfaisant. Les examens sont un mal nécessaire."

3.4.2. Compléments aux examens

Plusieurs pays posent, à côté des examens proprement dits, d'autres conditions pour la réussite des études et la délivrance des titres.

Ces conditions sont présentées dans le présent paragraphe.

AUTRICHE

En plus des examens, on exige la participation à des exercices et séminaires et un mémoire (Diplomarbeit).

FRANCE

La seule exigence supplémentaire imposée partout est la participation aux exercices.

Ici ou là, on exige aussi la présence aux cours et l'on procède à des interrogations pendant l'année.

Pas de mémoire.

GRECE

Les examens sont le seul contrôle des études. Ils ne donnent pas entièrement satisfaction à cause du grand nombre d'étudiants.

Pas de mémoire.

ITALIE

Les examens sont en fait le seul contrôle des études.

Il peut exister, très rarement, des interrogations en cours d'étude ; les attestations pour cours suivis et participation aux exercices ne sont exigées qu'en théorie.

Cette organisation ne donne pas satisfaction lorsque le nombre des étudiants est élevé.

Pour passer les examens aucun mémoire écrit n'est exigé. Toutefois, pour obtenir la LAUREA (voir p. 27), la rédaction d'une thèse est obligatoire qui doit comporter au moins en principe quelque contribution originale, même modeste. Le candidat, après avoir passé les examens plus importants du deuxième niveau, demande un sujet de thèse à un des professeurs auprès desquels il a passé ces examens. Après lui avoir indiqué un sujet, le professeur est tenu à suivre le candidat durant la préparation de sa thèse. Lors de l'examen final, le candidat rend compte du contenu de sa thèse devant une commission composée de onze professeurs parmi lesquels se trouve le professeur qui a donné le sujet (rapporteur ou "relatore") et un contre-rapporteur ("contro-relatore").

./.

MALTE

Des contrôles périodiques écrits ou oraux sont effectués, et le travail des étudiants fait l'objet d'un certain contrôle.

On n'exige pas de mémoire.

Le succès aux examens écrits est essentiel.

NORVEGE

Les examens sont le seul contrôle des connaissances.

A Bergen, il n'y a pas de mémoire, mais les études dites de 3^{ème} niveau (1 ou 2 ans après la première année) se terminent par de 3 à 5 épreuves orales et un travail pratique.

A Oslo, un mémoire est exigé au 3^{ème} niveau (après 1 ou 2 ans). Au 3^{ème} niveau il y a un examen oral portant sur quatre matières et un mémoire.

PAYS-BAS

A côté des examens, le travail des étudiants est contrôlé lors des exercices et des séminaires.

J'ai signalé plus haut que les étudiants subissent des interrogations périodiques qui servent d'examens, et qu'ils ont la possibilité, mais pas l'obligation, de présenter un mémoire.

REPUBLIQUE FEDERALE D'ALLEMAGNE

En plus des examens, la plupart des universités exercent un contrôle sur le travail des étudiants, principalement sur leur participation aux exercices et aux séminaires, parfois aussi à l'aide d'interrogations orales en cours d'année. Un mémoire (1) - auquel plusieurs universités attachent une grande importance - est exigé pour chacune des qualifications finales, avec parfois des conditions un peu différentes, notamment quant à la durée :

- mémoire de Staatsexamen (Staatsexamensarbeit),
- mémoire de Diplomprüfung (Diplomarbeit).

Alors que ce travail, qui se fait à domicile mais en gardant le contact avec un professeur ou un assistant supérieur, est limité dans le temps pour le Staatsexamen (2 à 4 mois environ), sa durée n'est souvent pas précisée pour le diplôme. On trouvera dans le commentaire des extraits d'un texte important au sujet du mémoire.

(1) Une thèse de doctorat (Doktorarbeit, Dissertation) est exigée pour l'examen de doctorat.

ROYAUME-UNIANGLETERRE

La plupart des universités procèdent à des interrogations périodiques, écrites ou orales ; elles contrôlent aussi la participation aux exercices.

Aucune université ne demande la présentation d'un mémoire pour l'obtention d'un B. Sc. (ou B.A. à Oxford).

A propos des exercices, presque toutes les universités insistent dans leurs publications sur l'importance du "Tutorial teaching", dont la signification et l'organisation peuvent d'ailleurs varier. R.M. White, Newcastle upon Tyne, m'a donné à ce sujet quelques explications que je résume à l'intention de celui qui ne serait pas familiarisé avec les usages britanniques.

A Oxford et à Cambridge, il s'agit d'un contact personnel de chaque étudiant avec un de ses aînés, qui surveille son développement moral, physique et intellectuel, et oriente ses études et ses lectures.

Dans les autres universités il s'agit en fait d'heures d'exercices et de répétition d'un certain style. Ils ont lieu le plus souvent soit avec toute la classe, soit par petits groupes, en présence de celui qui donne habituellement le cours, avec la collaboration de collègues et d'assistants.

On y commente les exercices faits par les étudiants, et on y développe certains passages difficiles ou intéressants rencontrés aux cours précédents.

ECOSSE

Comme en Angleterre, la participation aux exercices est généralement requise.

On n'exige pas de mémoire.

SUEDE

Les examens constituent le seul contrôle des études.

Il n'est pas exigé de mémoire pour le grade de fil.kandidat.

SUISSE

Dans toutes les universités on contrôle la participation aux séminaires obligatoires (à l'exception de Genève) et aux exercices (à l'exception de Zurich). De plus, à l'Université de Lausanne et à l'Ecole polytechnique, on procède à des interrogations périodiques.

Toutes les universités exigent la présentation d'un travail pratique ou la rédaction d'un mémoire (à l'exception de Genève et Lausanne).

TURQUIE

La participation aux exercices et séminaires est exigée ; quelques travaux écrits ont lieu pendant l'année.

Pas de mémoire.

COMMENTAIRE

Ce paragraphe met en lumière trois sortes principales d'exigences complémentaires des examens. Elles sont toutes trois très importantes et les professeurs qui ont l'habitude de les imposer aux étudiants imaginent probablement mal que l'on puisse s'en passer :

- I. Interrogations en cours d'études,
- II. Contrôle des exercices et des séminaires,
- III. Rédaction d'un mémoire.

- I. Interrogations en cours d'études :
(PAYS-BAS), ANGLETERRE, ECOSSE, (SUISSE), TURQUIE.
- II. Contrôle des exercices et séminaires (lorsqu'il y en a) :
AUTRICHE, FRANCE, PAYS-BAS, REPUBLIQUE FEDERALE D'ALLEMAGNE, ANGLETERRE, ECOSSE, SUISSE, TURQUIE.
- III. Mémoire :
AUTRICHE, BELGIQUE, (PAYS-BAS), REPUBLIQUE FEDERALE D'ALLEMAGNE, (SUISSE).

(La parenthèse exprime une réserve à l'égard du renseignement fourni).

Je pense que ces trois points mériteraient d'être discutés de manière approfondie par la commission d'experts. Aussi bien les interrogatoires sur les matières enseignées qu'un contrôle soigneux des exercices sont des moyens presque indispensables pour assurer un travail régulier et garantir des progrès rapides de la majorité des étudiants pendant les premières années d'études.

Il est vrai que ces méthodes nécessitent un assez grand nombre d'assistants ou d'étudiants avancés utilisés comme assistants. On comprendra facilement au chapitre suivant pourquoi certaines universités ne peuvent utiliser ces méthodes.

./.

Quant au mémoire, qu'on appelle aussi "Staatsexamensarbeit", "Diplomarbeit" (travail de diplôme), travail pratique, etc., il peut revêtir des formes assez diverses, mais dans tous les cas il devrait s'agir d'un travail personnel d'une certaine ampleur par lequel l'étudiant prouve, à la fin de ses études, de quoi il est capable.

Le mémoire constitue à la fois un contrôle et un ultime moyen d'enseignement. J'ai été extrêmement surpris qu'il soit si peu pratiqué.

Pour introduire un débat sur cette question, il me semble intéressant de reproduire un texte officieux, communiqué par le Professeur Hirzebruch. C'est un projet élaboré par quelques mathématiciens de l'Université de Bonn et qui précise parfaitement ce que devrait être le mémoire pour le Staatsexamen ou la Diplomprüfung.

Il est vrai que la préparation d'un mémoire demande au professeur pour chaque étudiant une peine assez considérable, à moins qu'il puisse disposer des services d'assistants avancés et capables, ayant terminé leurs études et justement en train de poursuivre des recherches.

Voici ce projet :

"Richtlinien für die Anfertigung von Diplom- und Staatsexamens-Arbeiten aus dem Gebiet der reinen Mathematik."

1) An Diplom- und Staatsexamens-Arbeiten werden in Bezug auf Schwierigkeit, Umfang und Darstellung gleiche Anforderungen gestellt. Sie sind vollkommen gleichwertig.

2) Eine Diplom- oder Staatsexamen-Arbeit soll zeigen, dass der Verfasser sich in ein begrenztes Teilgebiet der Mathematik eingearbeitet hat und in der Lage ist, aus diesem Teilgebiet Definitionen, Sätze und Beweise in eigener Darstellung zu entwickeln. Es soll sich nicht um ein Thema handeln, das in Standardlehrbüchern oder Standardvorlesungen behandelt wird.

Neue Resultate werden nicht verlangt oder erwartet.

Die wesentliche Leistung soll in Auswahl, Aufbau und Darstellung des Stoffes liegen, d.h. sie wird auf Grund der rezeptiven Fähigkeiten und des kritischen Urteilsvermögens des Kandidaten erbracht und nicht auf Grund schöpferischer Produktivität.

3) Als typische Beispiele für Diplom- und Staatsexamens-Arbeiten können demnach z.B. gelten :

a) Ausarbeitung und geschickte Darstellung einer Vorlesung oder Originalarbeit, insbesondere in vielen Fällen ausführliche Darstellung der Beweise.

- b) Darstellung und Anwendung einer Theorie an Hand von Beispielen.
- c) Untersuchung einer Vermutung oder eines offenen Problems mittels Beispielen, sofern die Grenzen zu einer Originalarbeit dabei noch nicht überschritten werden (Oft kann die Berechnung solcher Beispiele nach bekannten Methoden erfolgen, und die Arbeit bleibt in dem unter 2) abgesteckten Rahmen).
- d) Berechnungen nach bekannten Verfahren.

4) Als besonders günstig ist der Fall anzusehen, wenn eine Diplom-oder Staatsexamens-Arbeit zu einer Dissertation ausgebaut werden kann, sie also den Studenten mit einem interessanten und in der Entwicklung befindlichen Gebiet der Mathematik bekannt macht und ihn bis an die Grenzen der Forschung führt.

5) Es ist wünschenswert, dass die Arbeit einschliesslich Einarbeitung innerhalb eines Jahres beendet wird. Es sind die Vorschriften der Prüfungsordnungen zu beachten ; für die eigentliche Fertigstellung der Staatsexamensarbeit sind nach der Prüfungsordnung 4 Monate (plus evtl. 6 Wochen Verlängerung) vorgeschrieben, für die Diplomarbeit sind in dem Entwurf einer "Rahmenordnung für die Diplomprüfung der Mathematik" der Kommission für Prüfungs- und Studienordnungen der Ständigen Konferenz der Kultusminister 6 Monate (in Ausnahmefällen 3 Monate Verlängerung) vorgesehen. Es eignen sich also keine Themen, zu deren Bearbeitung ein allzu ausgedehntes Literaturstudium erforderlich ist oder die aus anderen Gründen (z.B. wegen sehr umfangreicher Berechnungen) besonders zeitraubend zu bearbeiten sind.

6) Erfahrungsgemäss haben viele Studenten bei der Anfertigung einer Examensarbeit Schwierigkeiten, über die ihnen ein Dozent oder Assistent leichter hinweghelfen kann, z.B. bei der Suche nach der einschlägigen Literatur oder bei Einteilung, Auswahl und Darstellung des Stoffes. Auch besteht bei vielen Studenten die Gefahr, dass sie sich zu lange mit Nebensächlichkeiten aufhalten und sich auf diese Weise verzetteln. Deshalb ist es wünschenswert, dass der Verfasser einer Diplom-oder Staatsexamens-Arbeit bei der Fertigstellung seiner Arbeit von einem Dozenten oder Assistenten betreut wird und mit diesem regelmässig alle Probleme und Fragen bespricht. Auf diese Weise lässt sich der Fortgang der Arbeit gleichzeitig fördern und kontrollieren. Von dem Studenten wird erwartet, dass er sich bei auftretenden Schwierigkeiten an seinen Betreuer wendet, dies soll andererseits aber erst dann geschehen, wenn er das Problem gründlich durchdacht hat und klar darstellen kann. Er kann nicht erwarten, dass die wesentliche Arbeit von dem Betreuer geleistet wird."

Chapitre 4. CONDITIONS DE L'ENSEIGNEMENT4.1. - Corps enseignant et étudiants

4.1.1. Dans ce paragraphe, j'ai cherché à établir l'importance du corps enseignant, professeurs et assistants, et à le comparer au nombre d'étudiants.

Pour faire cette comparaison, il m'a semblé nécessaire de présenter les réponses aux questions 4.1 et 4.2 du questionnaire, pour chaque université séparément.

Voici les indications contenues dans le tableau suivant :

- U. Initiale de l'université considérée.
- N. Nombre d'étudiants qui commencent chaque année des études de mathématiques.
- E1. Nombre d'étudiants qui fréquentent les cours du 1er niveau.
- E2. Nombre d'étudiants qui fréquentent les cours du 2e niveau.
- E3. Nombre d'étudiants qui fréquentent les cours du 3e niveau.
- P1. Nombre de professeurs à plein temps.
- P2. Nombre de professeurs à temps partiel, y compris chargés de cours, lecteurs, etc.
- A1. Nombre de chefs de travaux, assistants supérieurs, etc.
- A2. Nombre d'assistants diplômés.
- A3. Nombre d'assistants, non diplômés.
- A4. Nombre de collaborateurs administratifs.
- R1. Rapport Etudiants / Professeurs = $N/P1 + P2$.
- R2. Rapport Etudiants / Assistants = $N/A1 + A2 + A3$.
- R3. Nombre d'étudiants dont s'occupe un assistant.

Concernant ces renseignements, il convient d'apporter les précisions suivantes :

U. On pourra retrouver le nom de l'université considérée grâce à la liste qui figure dans l'introduction.

E1, E2, E3 n'ont pas toujours été compris de la même façon. J'ai constaté que certains correspondants ont indiqué le nombre d'étudiants en mathématiques se trouvant au niveau considéré, d'autres ont indiqué le nombre d'étudiants qui assistent à un cours du niveau considéré. Ces nombres sont donc à interpréter avec prudence. Dans quelques cas, plus spécialement au Royaume-Uni signalés par (+), la répartition est différente et les étudiants correspondent aux étudiants de 1ère, 2ème, 3ème ou 4ème année.

P2 désigne suivant les universités des catégories assez diverses d'enseignants, car la nomenclature varie énormément d'un pays à l'autre. Il en va de même pour A1, A2, A3.

Les nombres soulignés indiquent les catégories principales d'enseignants dont le nombre est insuffisant, selon l'opinion des correspondants. Dans la plupart des cas l'augmentation demandée est de 25 à 30 % (dans un seul cas de 100 %).

A4 comprend des secrétaires, bibliothécaires, etc.

R1 et R2 sont des rapports calculés, choisis de manière un peu artificielle, comme donnant le renseignement le plus sûr pour la comparaison, sinon le plus significatif.

Dans certains cas, je me suis permis de faire les ajustements désirables, en prenant une moyenne ou en corrigeant des nombres manifestement mal placés.

Certains nombres, apparemment aberrants, s'expliquent par les conditions particulières de l'université considérée. Par exemple R1 et R2 sont inutilisables pour les écoles techniques et quelques universités, où les professeurs et les assistants sont sollicités de manière très considérable par certaines catégories d'étudiants autres que les mathématiciens.

Malgré ces réserves et son allure un peu chargée, le tableau donne une idée de l'importance attribuée à la formation des mathématiciens dans les diverses universités mentionnées et du degré d'encadrement des étudiants par le corps enseignant. C'est ce que l'on trouvera dans les commentaires subséquents.

./.

U	N	E1	E2	E3	P1	P2	A1	A2	A3	A4	R1	R2	R3
<u>AUTRICHE</u>													
G	(60)	130	80	10	3	0	0	6	6	2	100	25	
<u>DANEMARK</u>													
A	(100)	500	100		31	5	0	20	50	12	8	12	12
<u>FRANCE</u>													
B	(100)	100	50	10	<u>6</u>	0	<u>4</u>	10	0	1	26	11	30
N	(100)	150	50	15	6	0	<u>3</u>	15	0	3	27	12	30
O	(180)	280	130	0	<u>8</u>	0	<u>1</u>	<u>20</u>	<u>0</u>	<u>0</u>	51	19	30-40
P	(400)	400	300	30	10	0	9	20	0	6	73	25	40
<u>GRECE</u>													
T	(250)	250	200	0	<u>7</u> (act.4)	<u>2</u>	2	10	0	1	50	37	100
<u>ITALIE</u>													
P	(80)	150	120		<u>5</u> +2 prof. agrégés	<u>2</u>	6	0	0	1		33	50
R	(550)	180	100		<u>8</u>	<u>20</u>		<u>25</u>	<u>25</u>	4			75-100 voire 200
		- 300											
<u>MALTE</u>													
	(9)	9	6	6	1	4	3				4		4
<u>NORVEGE</u>													
B	(200)	200	100	30	7	8?		<u>2</u>	1	3			20-30
Oslo	(400)	400	1300	75	34	27	0	0	0	8	6-7		30
<u>PAYS-BAS</u>													
U	(50)	50	30	5	8	3	10	10	20	10	4	2	6-12
<u>REPUBLIQUE FEDERALE D'ALLEMAGNE</u>													
B	100	200			16	27		5	36	9			
E	100	100	70	10	<u>4</u>	3		10	0	4			
Fra	55	130	200	20	<u>6</u>	<u>9</u>	<u>8</u>	<u>12</u>	<u>45</u>	<u>8</u>			
Fre	50	120	50		<u>8</u>	<u>6</u>	<u>3</u>	18	30	13			
									35				
H	150	200			<u>9</u>	<u>2</u>	6	<u>17</u>	<u>25</u>	<u>4</u>			
								Priv. doz.					
Ma	80	140	200	4	4	5		10	10	4			
Mu	250	300	120	30	9	6		25		10			
W	80	120	50	10	<u>6</u>	<u>8</u>		<u>9</u>	<u>17</u>				

U N E1 E2 E3 P1 P2 A1 A2 A3 A4 R1 R2 R3

Universités techniques et Technische Hochschulen

Br	60	2-300			10			25	15	6			
D	30	120	20		2	4		20	4	7			
		400	150										
H		300	200		12	5	1	24	26	4			
					amélio. prévue								
M	50	100	30	8+	2+			30	54	8			
S	80	100	100	20	7	4	4	30	25	8			

ROYAUME-UNI

ANGLETERRE

	1e. an.	2e. an.	3e. an.	4e. an.										
Le	60	60	45	40	3	1	3	13?	1	0	2	37	10	3
Li	150			50	6				60		7	90	9	
Lo	45	45		15	4	19?				20	2			
		50		20										
	pdt. 3ans													
N	50	50			5	4		23						15-30
O	153	153	308	121	5	6		38	?	5				
Sh	50	50	30	10	5	6		40		6	8	2	15	

ECOSSE

	1e. an.	2e. an.	3e. an.	4e. an.									
G1.	850	850	450	20	30	14	12	6	?	4			60
	3e niveau:6												
St.A150	150	150	100	30	2	?		22		2			10
Str.	57	115	41	7	3	9		21		6			20-30

SUEDE

G.	400	300	20	5	4	0	0	6	15	1	100	19	25
U.	700	830	110	15	3	8	0	4	16	3	68	35	15

SUISSE

B.	20	60	30	5	6	4	2	3	10	2	2	1	variable
		80	40	10									
F.	15	40	20		3	2		3	0	0	3	5	40

./.

U	N	E1	E2	E3	P1	P2	A1	A2	A3	A4	R1	R2	R3
<u>SUISSE</u> (suite)													
G.	30	30	15	5	5	4	2	9		2	3	3	30-80
L(+)	15	24	20	8	7	4	2	13	19	1	1	1/2	15-30
N	12	15	20	5	4	0	1	2	3	1/2	3	2	20-30
Z.	100				6	5	0	0	0	0	9		
	(physic. y compris)												
Z.	40	100	100	35	20	8		50	4	8	2	1	50-60
ET.	-												
	50												

TURQUIE

98	192	209		4	2	0	5	0	3	16	20	150
----	-----	-----	--	---	---	---	---	---	---	----	----	-----

4.1.2. Dans le tableau suivant figure la charge d'enseignement :

- a) d'un chargé de cours
- b) d'un chef de travaux
- c) d'un assistant diplômé.

On constatera que certains correspondants n'ont compté que les heures de participation des assistants aux exercices et que d'autres ont ajouté les heures de correction d'exercices.

	a	b	c	d
<u>DANEMARK</u>	4	3 (assistants non diplômés)		
<u>FRANCE</u>	3	3 (maître-assistant)	6-7	5-6
<u>GRECE</u> (théor.) (en fait)	5 8 (et plus)	2 6	8 12	8 14
<u>ITALIE</u>	3-6	3-6		3
<u>MALTE</u>	4	3		
<u>NORVEGE</u>	4	6-10	10-20	10-20

(+) Corps enseignant fortement sollicité par l'Ecole polytechnique de l'Université de Lausanne.

./.

	a	b	c	d
<u>PAYS-BAS</u>	Temps réparti également entre enseignement, recherche et administration (Prof. Freudenthal).			
<u>REP. FED. D'ALLEM.</u>	6 (à 10)	4-6		2
E.T.	6-8 (év. 10)	3		4-6
<u>ROYAUME-UNI</u>				
<u>ANGLETERRE</u>	3-6-8	8-10		év.2
	(Oxford : Prof: 36 lectures/year. Reader : 36 lectures/year + 6 h. tuition/week. Lecturer : 16 lectures/year + 10-16 h. tuition/week).			
<u>ECOSSE</u>				
Glasgow	9-10	7-9		3-5
Strathclyde:Prof.	2-4	Readers:5-6	Lecturer:7-10	Ass.Lect. 5-6
<u>SUEDE</u>	4 (à 8)	2,5	Lektor : 12	7
<u>SUISSE</u>	6-8 (év.10)	3	4-44 suivant les universités	4-44
<u>TURQUIE</u>	8 (+3)	4 (+2)	4	

4.2. - Moyens matériels

Dans le tableau ci-après, on donnera les renseignements suivants au moyen de quelques exemples.

- a) Les locaux sont suffisants (oui ou non),
- b) La bibliothèque est suffisante (oui ou non).
Le signe (+) pour a) et b) indique une amélioration prochaine.
- c) Nombre de volumes de la bibliothèque de l'institut de mathématiques.
- d) Nombre d'acquisitions chaque année.
- e) Nombre d'abonnements à des périodiques.
- f) Les étudiants peuvent consulter les livres sur place.
- g) Les étudiants peuvent emprunter les livres.

./.

	a	b	c	d	e	f	g	
<u>AUTRICHE</u>								
Graz	non	oui	3000	200	15	oui	oui (dans certains cas)	
<u>DANEMARK</u>								
Aarhus	oui	oui	7000	600	450	oui	oui	
<u>FRANCE</u>								
B.	oui	oui	2000	100	30	oui	oui	
N.	non	oui	3500	1000	30	oui	oui	
O.	oui	non(+)	400(1)		10	non	non	
			(1) en plein développement.					
<u>GRECE</u>								
T.	non	oui	3500	300	40	oui	non	
<u>ITALIE</u>								
Pa	non	oui	7200	200	211	non	oui	
<u>MALTE</u>								
	oui	oui	1650	400	32	oui	oui	
<u>NORVEGE</u>								
B	non(+)	oui	1500		110	oui	oui	
Oslo	non	oui	32.000	700	400	oui	oui	
<u>PAYS-BAS</u>								
U	non(+)	oui	presque tout ce qui paraît			oui	oui	
<u>REP. FED. D'ALLEM.</u>								
B	oui	oui	22.000	1000	338	oui	non (sauf trav. spéc.)	
M.	(oui)	oui	3400	225	166	oui	non	
H(E.T)	non(+)	oui	10.000	1000	80	non	oui	
S	non(+)	non(+)	4500	400	55	oui	non (sauf cas spéc.)	

Dans la plupart des universités, les moyens sont suffisants pour satisfaire de grandes exigences et l'on espère combler prochainement les lacunes éventuelles.

./.

	a	b	c	d	e	f	g
<u>ROYAUME-UNI</u>							
<u>ANGLETERRE</u>							
LE	oui	oui	7.500	350	150	oui	oui
O.	oui(1)	oui	3.669(2)		70	oui	oui (3)

(1) oui pour les cours, mais pas pour les chercheurs.

(2) sans compter les bibliothèques de collèges à disposition des undergraduates, ni la collection de la bibliothèque centrale de l'université.

(3) Seulement pour chercheurs.

En général, locaux et bibliothèques sont considérés comme suffisants, mais il convient de rappeler qu'au Royaume-Uni les effectifs sont limités aux disponibilités des universités.

<u>ECOSSE</u>	non(+)	oui	5.000	200	la plupart	oui	oui
<u>SUEDE</u>	oui	oui(1)	1.000	80	80	oui (1)	oui (1)

(1) seulement pour étudiants avancés.

<u>SUISSE</u>							
L.	non(+)	non	2.500	100	60	oui	oui
Z.	non(+)	oui	5.300	230	55	oui	non
<u>TURQUIE</u>							
E.	oui	non	5.000	600	24	oui	oui

COMMENTAIRE

1) Concernant les locaux, presque partout les mathématiciens sont satisfaits ou espèrent l'être plus ou moins prochainement.

2) Concernant les bibliothèques, les réponses sont encore plus positives ; sauf dans de rares exceptions, les collections sont jugées suffisantes.

Il faut pourtant remarquer que les exigences varient passablement d'une université à l'autre. A cela, il y a plusieurs explications.

Le niveau des études (l'existence et l'importance d'un 3ème niveau peut accroître considérablement les exigences) ;

Le nombre de langues à prendre en considération, à côté de la langue usuelle ;

La proximité éventuelle d'une bibliothèque centrale (publique ou universitaire).

3) On remarquera aussi que dans une bibliothèque scientifique le nombre des acquisitions récentes importe probablement autant que le nombre total des ouvrages qui prend forcément en considération beaucoup de livres anciens et désuets.

4) Quant à l'utilisation de la bibliothèque, elle est assez souvent réservée aux étudiants avancés ou à des cas de travaux particuliers, ce qui s'explique et se justifie naturellement, les étudiants débutants ayant surtout besoin de quelques bons manuels qu'ils doivent posséder en propre.

Chapitre V. - NOTES EN GUISE DE CONCLUSION

Dans les chapitres précédents, je n'ai pas cherché à développer de thèse, ni à porter de jugement sur telle ou telle organisation de l'enseignement, mais bien plutôt à confronter sur un certain nombre de points les diverses conceptions des études et à souligner les différences éventuelles.

J'ai estimé que ce serait la tâche de la conférence d'experts de juger si ces différences jouent un rôle dans le problème de l'équivalence, s'il convient de chercher à réduire certaines d'entre elles, si des démarches doivent être entreprises dans un tel but. C'est en fait à cette conférence de tirer les conclusions de ce rapport.

Ce chapitre va donc être principalement consacré à rappeler les points principaux sur lesquels j'ai obtenu quelques renseignements.

J'aimerais toutefois faire précéder ce résumé de quelques opinions au sujet de la tâche entreprise.

Les deux dernières questions de l'enquête étaient formulées de la manière suivante :

"Estimez-vous que des efforts doivent être entrepris et poursuivis en vue d'une équivalence des diplômes universitaires ?

Quelles sont à votre avis les exigences principales que devrait remplir une équivalence des diplômes universitaires ?"

Il va sans dire que les opinions qui suivent ont été exprimées à titre personnel et n'engagent que les collègues qui ont bien voulu les formuler.

Une bonne moitié des correspondants ont donné une réponse affirmative à la première question ; le quart ne formule pas d'opinion ; le quart répond négativement ou élève de sérieuses réserves quant à la possibilité d'aboutir à un résultat satisfaisant.

La plupart des oppositions proviennent du Royaume-Uni et de Suisse.

On a cherché à justifier cette opinion négative, surtout au Royaume-Uni et dans un ou deux autres cas, en faisant remarquer que l'équivalence n'était pas reconnue à l'intérieur du pays.

Quelques autres avis négatifs sont motivés par la crainte de voir les universités perdre leur liberté. C'est notamment le point de vue exprimé à Newcastle upon Tyne (Angleterre) et à Zurich (Suisse), où le Professeur Van der Waerden répond à la première question : "Non, non. Les universités sont des êtres vivants, croissants, libres. Pas d'uniformité !"

Voici enfin un avis moins énergique, mais qui souligne bien une des difficultés du problème, le passage d'une équivalence théorique et verbale à une équivalence concrètement administrative.

Le Professeur Rueff, Doyen de la section de mathématiques et de physique de l'Ecole polytechnique fédérale (Suisse) écrit : "Tout dépend de ce qu'on entendra par équivalence. Si cela signifie qu'avec un diplôme d'ailleurs on pourrait sans autre commenter une thèse à l'E.P.F., je pense qu'une telle équivalence ne pourrait pas être acceptée sans autre. Les cas que nous avons chaque année montrent qu'on doit être prudent avec la notion d'équivalence."

Les réponses affirmatives n'ont pas été assorties de justification.

Concernant les exigences que devrait satisfaire l'équivalence recherchée, les avis ont été variés, et parfois même contradictoires.

Les uns désirent l'établissement d'un programme commun ou d'un programme minimum commun, éventuellement une même organisation des études.

./.

Les conditions les plus précises ont été formulées dans la réponse des professeurs de l'Université de Hannover (E.T.), Prof. Tietz :

- "a) Fixation d'une durée minimum des études ;
- b) Estimation semblable dans toutes les universités du travail des étudiants ;
- c) Accomplissement d'un programme d'études minimum (encore à préciser) ;
- d) Détermination des connaissances minimum exigibles lors de l'examen final."

En regard de ces exigences, certaines réponses préféreraient un système suffisamment souple, ou du moins la possibilité d'organiser assez librement la seconde partie des études - en veillant évidemment à conserver la qualité de ces études -, car "le passage d'une université à l'autre ne peut concerner que des étudiants particulièrement doués, qu'il est inutile de vouloir protéger anxieusement des difficultés résultant d'un tel changement." (Professeur Grunsky, Würzburg).

Le deuxième chapitre de ce rapport était consacré aux conditions d'accès à l'université.

Parmi les différentes questions examinées dans ce chapitre, quelques-unes ne semblent pas jouer un grand rôle au point de vue de l'équivalence des études. C'est par exemple la question de l'âge d'entrée des étudiants, qui se situe en moyenne, suivant les pays, à 18, 19, voire 20 ans.

C'est aussi la question des étudiants étrangers, dont la proportion est en général suffisamment faible pour ne pas créer de difficultés particulières, sauf dans quelques universités allemandes et suisses.

Enfin, une discussion éventuelle sur les titres permettant l'accès aux études universitaires devrait se limiter au titre principal, avec une seule exception pour les certificats de type littéraire.

Le véritable problème soulevé à ce stade des études est celui de l'élimination des candidats qui possèdent un certificat de fin d'études secondaires mais n'ont pas une formation ou des aptitudes suffisantes pour entreprendre des études de mathématiques.

Pour résoudre ce problème, nous avons vu qu'en France on admet seulement les baccalauréats à tendance mathématique, qu'au Royaume-Uni on ajoute des conditions d'études et de collège aux exigences qui permettent l'immatriculation, et que

l'université turque Egé impose, à côté du certificat de l'enseignement secondaire, un examen d'admission.

La non différenciation des différents types de maturité semble causer quelques difficultés à trois pays surtout. Ce sont l'Italie, la République Fédérale d'Allemagne et la Suisse. Ce problème est sans doute un de ceux qui doivent être résolus par chaque pays suivant ses propres traditions, mais il convient de ne pas l'ignorer pour autant.

Dans le même ordre d'idée, j'ai indiqué au N° 2.3.1. le nombre d'heures consacrées aux mathématiques durant les dernières années de l'enseignement secondaire. Ce nombre ne devrait pas être trop bas.

Enfin, il serait aussi utile de prendre position sur les notions censées connues à l'entrée à l'université. Le tableau N° 2.3.2. pourrait servir de point de départ pour cette tâche qui ne serait pas sans présenter quelques difficultés du fait de l'opposition des habitudes britanniques et continentales.

J'ai passé en revue les études de mathématiques à de nombreux points de vue, en m'efforçant d'éviter une classification a priori.

Au terme de cette enquête il reste à indiquer les éléments principaux qui devraient permettre de définir l'équivalence de certains titres.

Il me semble tout d'abord que l'on voit apparaître une première distinction qui permet de former deux grandes classes d'études. Celles que l'on pourrait appeler Etudes simples et celles que l'on pourrait appeler Etudes combinées.

Par études simples, on entendrait des études orientées essentiellement vers les mathématiques avec l'accompagnement indispensable d'un enseignement limité de physique expérimentale ou théorique.

Par études combinées, on entendrait des études orientées vers deux ou trois branches de manière relativement équilibrée ou du moins diminuant le poids prépondérant des mathématiques.

Ce second degré d'études conduit surtout à l'enseignement secondaire, supérieur ou inférieur, à cause de la diversité voulue des intérêts de l'étudiant au détriment d'une spécialisation dans une discipline unique.

Nous nous sommes principalement intéressés au premier type d'étude, car dans le second cas les études peuvent se diversifier à l'extrême et la notion d'équivalence s'évanouit dans un dédale de cas particuliers.

Il est une seconde distinction qui s'impose : c'est la longueur des études et le degré d'approfondissement des disciplines considérées.

...

Si l'on désire faire une classification des titres délivrés par les universités pour les études en mathématiques (doctorat mis à part), il est commode de partir du système français, d'une part parce que sur le plan théorique, il a le mérite de la clarté, de la simplicité, d'autre part parce que ce système nous permet d'emblée de caractériser deux classes d'études :

- a) les études de mathématiques pures complètes qui conduisent à la maîtrise,
 - b) les études de mathématiques pures abrégées qui conduisent à la licence.
-

A N N E X E I

Réunion sur l'enseignement des mathématiques
au niveau universitaire

Strasbourg, 27 - 28 février 1969

Les conclusions et recommandations suivantes ont été adoptées :

I. CONCLUSIONS

1. Enseignement pré-universitaire

La connaissance des notions suivantes devrait être considérée comme nécessaire pour pouvoir entreprendre des études universitaires de mathématiques :

- a) langage du calcul vectoriel à 2 ou 3 dimensions ;
- b) fonctions exponentielles, logarithmiques et trigonométriques ;
- c) notion de dérivée, notion de fonction primitive, aire ;
- d) langage et notations de la théorie des ensembles, fonctions ;
- e) notion de groupe sur des exemples et d'isomorphisme de groupes ;
- f) notion de calcul combinatoire (en vue des probabilités).

La connaissance des nombres complexes serait souhaitable..

2. Age d'entrée à l'université

L'âge d'admission ne devrait pas être fixé mais, autant que possible, inférieur à 20 ans.

3. Durée des études

Le programme pour le premier et le second niveau, tel qu'il est établi dans le "Livre européen de l'étudiant", devrait normalement exiger quatre ans d'études au minimum. La formation des professeurs de mathématiques de l'enseignement secondaire ne devrait pas nécessiter moins de cinq ans.

4. Organisation des études

a) Une certaine sélection des étudiants effectuée aux différents stades (par exemple, à l'aide d'une sorte de petit examen intermédiaire) semble désirable.

b) Après les trois premières années d'études, une plus grande liberté de choix des matières devrait être possible.

5. Méthodes d'enseignement

Les exercices dirigés sont considérés comme indispensables au cours des deux premières années d'études. L'expérimentation de nouvelles méthodes d'enseignement (par exemple, enseignement programme, cours enregistrés sur magnétophone, cours généraux télévisés, exercices par petits groupes) devrait être encouragée et les possibilités actuelles et futures en ce domaine étudiées très sérieusement. Une participation plus active des étudiants semble souhaitable.

6. Examens de fin d'études et contrôle des connaissances

a) La possibilité de se présenter à l'examen final devrait être subordonnée au fait que le candidat a participé activement à un séminaire ou à une activité semblable au cours de ses études.

b) Dans la mesure du possible, les examens de fin d'études devraient porter sur les matières figurant dans le programme du "Livret européen de l'étudiant".

c) Il est souhaitable que les examens de fin d'études comportent des travaux pratiques (exercices).

d) A la fin de ses études (en général, après quatre ou cinq années et avant le doctorat, ou - dans la mesure où il s'agit d'étudiants qui se destinent à l'enseignement secondaire - avant l'entrée dans la profession d'enseignant), tout candidat devrait être tenu de faire une sorte de thèse de doctorat, qui constituerait un élément de l'examen. Elle devrait consister en un travail original, si possible dans une certaine mesure, prouvant que le candidat est capable d'exprimer des idées sur un sujet qu'il a étudié dans des livres ou dans d'autres documents. Deux ou trois mois semblent être le minimum nécessaire pour faire une telle thèse.

7. Harmonisation et coordination

Bien que toute liberté doive être laissée aux universités de décider du contenu et du niveau de leur enseignement, des efforts devraient être faits par le moyen d'un échange continu d'informations, pour arriver à une harmonisation et à une coordination de l'enseignement des mathématiques dans les universités européennes.

II. RECOMMANDATIONS

Les mathématiciens participants, conscients du fait que l'intégration européenne requiert une plus grande mobilité des travailleurs, recommandent

1. quant au "Livret européen de l'étudiant" :

a) que le programme du "Livret européen de l'étudiant", reproduit dans l'Annexe IV du rapport du Professeur Fiala (lequel paraîtra dans la collection "L'Education en Europe") soit considéré comme un programme commun minimum souhaitable (1), pour l'enseignement des mathématiques au niveau universitaire, fournissant une base commune pour la formation des professeurs de l'enseignement secondaire, des professeurs d'université et des chercheurs, ainsi que des mathématiciens exerçant dans d'autres branches d'activités ;

b) que le "Livret européen de l'étudiant" soit utilisé le plus largement possible comme un passeport pour les étudiants en mathématiques, indiquant l'état de leurs connaissances et le niveau qu'ils ont atteint, et facilitant par là même le déplacement des étudiants d'une université à l'autre ;

c) que, avec l'accord de l'Association Européenne des Enseignants, soit confiée à un petit groupe de mathématiciens la tâche de remanier le programme du "Livret européen de l'étudiant" et d'établir une version révisée du livret ; (2)

2. quant aux échanges de personnel enseignant et d'étudiants et à l'équivalence des périodes d'études, des titres, des certificats et des diplômes :

a) que les étudiants d'un Etat membre du Conseil de la Coopération Culturelle (C.C.C.) qui ont les qualifications requises pour commencer ou poursuivre des études universitaires de mathématiques dans leur pays d'origine aient également la possibilité de le faire dans un autre des Etats membres du C.C.C. ;

(1) Il est souligné toutefois que la distinction entre mathématiques pures et appliquées faite dans le "Livret européen de l'étudiant" ne devrait pas être tenue pour obligatoire.

(2) C'est, sauf pour les "mathématiques appliquées" (deuxième niveau) cette version révisée, établie par un groupe de mathématiciens réunis à Strasbourg les 22 et 23 juin 1970, qui figure à l'Annexe IV.

b) que les étudiants en mathématiques soient, après leur deuxième ou troisième année d'études, encouragés à aller passer quelque temps dans une université ou un autre établissement d'enseignement supérieur d'un autre des Etats membres ;

c) que les périodes d'études, les épreuves et les examens intermédiaires passés dans une université ou un autre établissement d'enseignement supérieur d'un des Etats membres soient, dans la mesure du possible, validés dans un autre Etat membre ;

d) que les universités (ou les autres établissements d'enseignement supérieur) des Etats membres du C.C.C. soient libres d'autoriser des étudiants ayant acquis des qualifications matériellement équivalentes (par exemple, le premier et le second niveau d'études, y compris l'examen de la fin du second niveau) dans un autre Etat membre à faire et à soutenir une thèse de doctorat ;

e) que les échanges de professeurs de mathématiques de l'enseignement secondaire soient encouragés et, en particulier, que les autorités compétentes des Etats membres du C.C.C. permettent à des personnes d'avoir un poste permanent de professeur de mathématiques dans l'enseignement secondaire lorsque ces personnes ont acquis dans un autre des Etats membres les qualifications nécessaires pour pouvoir enseigner, à condition qu'elles connaissent la langue nationale ;

f) que les échanges à court, moyen ou long terme de personnel enseignant les mathématiques (assistants, personnel intermédiaire et professeurs) entre les universités européennes soient encouragés et accrus ;

g) que des postes aussi bien permanents que temporaires d'enseignant ou de chercheur dans la discipline des mathématiques dans les universités d'un des Etats membres du Conseil de la Coopération Culturelle (C.C.C.), soient, en principe, ouverts à des candidats aptes et qualifiés venant d'un autre Etat membre ; et que la nationalité ou le fait que le candidat a acquis ses qualifications dans un autre Etat membre ne constitue en aucun cas un obstacle.

./.

A N N E X E II

ENQUETE SUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES
DANS LES UNIVERSITES EUROPEENNES

1. Origine de la réponse

Souligner la réponse
qui convient

Pays :

Université :

Faculté ou section :

Auteur de la réponse :
(nom et titre)

Annexes éventuelles à la réponse :

- a) Règlement des études Oui Non
- b) Liste des matières enseignées Oui Non
- c) Règlement des examens Oui Non
- d)
- e)

1.2 Dans votre pays, existe-t-il pour les étudiants en mathématiques, un programme d'études et d'examens commun à toutes les universités ? Oui Non

Y a-t-il de grandes différences entre les exigences des diverses universités ? Oui Non

2. Accès aux études universitaires

2.1 Titres exigés pour l'immatriculation et l'accès aux études et aux examens universitaires.

2.1.1 Quels sont les principaux titres donnant l'accès aux études de mathématiques ?

- a)
- b)
- c)
-
-

2.1.2 Ces titres sont-ils suffisants pour accéder aux études ?

Oui Non

Sinon, quelles sont les conditions supplémentaires ?

a) Examen ou concours d'entrée portant sur les branches suivantes :

.....
.....
.....

b) Année préliminaire :

c) Autres conditions :

.....
.....
.....

2.1.3 ~~D'autres titres donnent-ils accès aux études ?~~

Oui Non

Si oui, quels sont les principaux d'entre eux et à quelles conditions supplémentaires sont soumis leur porteur ?

	Examens portant sur	Année prépara- toire	Autres conditions
a)
b)
c)

2.2. Age d'entrée à l'université

2.2.1 Age minimal :

2.2.2 Age moyen :

2.3 Formation préuniversitaire

2.3.1 Dans les deux années précédant l'entrée à l'université, combien les étudiants ont-ils d'heures hebdomadaires ?

	Minimum	Maximum
a) de mathématiques (exercices compris)
b) de géométrie descriptive
c) de physique

./.

2.3.2 Combien de langues vivantes, autres que la langue maternelle, sont censés connaître les étudiants ?

.....

Lesquelles, en général ?

.....
.....

2.3.3. Les notions suivantes sont-elles censées être connues des étudiants qui commencent des études de mathématiques ?

Binôme de Newton,	oui	non
Nombres complexes,	oui	non
Séries numériques,	oui	non
Calcul vectoriel à deux dimensions,	oui	non
Calcul vectoriel à trois dimensions,	oui	non
Calcul matriciel à deux ou trois dimensions,	oui	non
Théorie des coniques, y compris la polarité,	oui	non
Fonctions exponentielles et logarithmique	oui	non
Notion de dérivée,	oui	non
Notion de fonction primitive,	oui	non
Notion d'intégrale définie,	oui	non
Procédés élémentaires d'intégration,	oui	non
Formule et série de Taylor,	oui	non
Notion d'équation différentielle,	oui	non
Notion de fonction de plusieurs variables,	oui	non
Éléments de la théorie des ensembles,	oui	non
Notion de groupe, anneau, corps	oui	non
Notion de théorie axiomatique	oui	non
Calcul des probabilités,	oui	non

.....
.....
.....
.....

./.

2.3.4. Les réponses précédentes sont-elles pratiquement valables pour tous les étudiants ?

oui non

Sinon, pour quelle proportion d'entre eux ?

2.3.5. La préparation des étudiants au niveau secondaire est-elle uniforme ?

oui à peu près très variable

Quelles sont les raisons de la diversité ?

2.3.6 Existe-t-il un numerus clausus pour les études en mathématiques ?

oui non

Pour quelle raison ? Comment est-il appliqué ?

2.4 Cas des étrangers

2.4.1 Les étudiants étrangers posent-ils des problèmes particuliers ?

oui non

Ont-ils en général une préparation suffisante ?

oui non

2.4.2 Sont-ils soumis aux mêmes conditions d'admission ?

oui non

Sinon, quelles sont les exigences supplémentaires ?

examens d'entrée oui non

année préparatoire oui non

autres conditions :

.....

2.4.3 Quelle est en pourcentage la proportion des étudiants étrangers parmi les mathématiciens ?

2.5 Admission - Problèmes généraux

2.5.1 L'admission et la préparation aux études universitaires vous paraissent-elles réglées de manière satisfaisante ?

oui non

Sinon, quels en sont les défauts ?

2.5.2 Envisage-t-on une prochaine modification de l'admission ?

oui non

Si oui, dans quel sens ?

.....

3. Etudes universitaires

3.1 Durée et organisation

3.1.1 Quels sont les titres délivrés par votre université aux étudiants en mathématiques ?

Durée des études

a) de à

b) de à

c) de à

3.1.2 Faites-vous une distinction entre les étudiants qui se destinent à l'enseignement secondaire, à la recherche ou aux applications ?

a) quant aux titres oui non

b) quant aux programmes d'études oui non

c) quant aux examens oui non

Si oui, indiquez dans quelle proportion les étudiants se destinent

..... à l'enseignement secondaire

..... à la recherche

..... aux applications.

Soulignez ci-dessus la catégorie principale sur laquelle porteront vos réponses ultérieures.

(un paragraphe spécial vous permettra de compléter ces réponses pour les autres catégories)

./.

3.1.3 Dans de nombreuses universités on peut répartir de manière assez naturelle les études en trois niveaux :

- A) niveau propédeutique (en général un ou deux ans)
- B) deuxième niveau (jusqu'à la licence ou au diplôme)
- C) troisième niveau (troisième cycle, ou post graduate, préparation d'un doctorat)

etc...

Dans le but de faciliter les comparaisons, je vous propose d'adopter cette classification pour répondre aux questions suivantes.

Si l'organisation des études ne s'accorde pas à ce schéma, les réponses aussi détaillées que possible peuvent être données sous la forme que vous choisirez vous-même.

Notre enquête vise principalement les niveaux A) et B).

Les réponses à certaines questions pourront être utilement complétées par l'envoi en annexe de programmes d'études et d'examens.

Pouvez-vous répartir les études suivant les trois niveaux proposés ?

oui non

Si oui, quelle est la durée des études ?

	Théoriquement	Pratiquement
a) du 1er niveau (propédeutique)	de à
b) du 2ème niveau	de à
c) du 3ème niveau	de à

Sinon, quelle est l'organisation et la durée des études ?

3.1.4. Par rapport à l'ensemble des étudiants qui commencent des études en mathématiques,

quelle proportion termine dans le temps minimal ?

quelle proportion termine avec prolongation ?

quelle proportion abandonne les études ?

./.

	Nombre d'heures hebdomadaires :
a)
b)
c)
d)
.....	

Combien d'heures hebdomadaires en moyenne les étudiants consacrent-ils chez eux à la résolution des exercices ?

.....

Ces exercices sont-ils corrigés et commentés en classe ?

oui non

3.2.4 Quels sont les autres cours, exercices et laboratoires obligatoires au premier niveau ?

	Nombre d'heures hebdomadaires :
a)
b)
c)
.....	

3.2.5 Les étudiants suivent-ils d'autres cours non obligatoires ?

oui non

Lesquels de préférence ?

	Nombre d'heures hebdomadaires :
a)
b)
c)

./.

3.2.9 Les étudiants participent-ils au second niveau déjà à des séminaires ou colloques où ils doivent présenter des exposés ?

oui non

Durant combien d'années ?

Combien d'exposés environ chaque étudiant doit-il présenter chaque année ?

3.2.10 Remarques éventuelles concernant les catégories d'étudiants pour lesquelles les renseignements du paragraphe 3.2 doivent être complétés ou modifiés (voir 3.1.2)

.....

3.2.11 Certains des cours précédents sont-ils destinés aussi à des étudiants orientés vers d'autres études que les mathématiques proprement dites ?

oui non

Si oui, lesquels ?

Les cours mentionnés sous 3.2.3. sont-ils aussi suivis par des étudiants en

a)

b)

c)

d)

.....

Les cours mentionnés sous 3.2.6 sont-ils aussi suivis par des étudiants en

a)

b)

c)

d)

e)

f)

3.2.12 Existe-t-il des cours destinés aux étudiants du 3ème niveau ?

oui non

Combien par année environ ?

./.

Sur quels sujets (quelques exemples des dernières années) ?

a)

b)

c)

3.2.13 Existe-t-il des séminaires ou colloques destinés aux étudiants du 3ème niveau ?

oui

non

Combien par année environ ?

Sur quels sujets (quelques exemples des dernières années) ?

a)

b)

c)

.....

3.2.14 L'organisation et les programmes universitaires vous paraissent-ils établis de manière satisfaisante ?

oui

non

Sinon, quels en sont les défauts à votre avis :

.....

3.2.15 Envisage-t-on une prochaine modification de l'organisation et des programmes ?

oui

non

Si oui, dans quel sens ?

.....

./.

3.3 Matière enseignée

Dans le but de faciliter les comparaisons et une réponse aussi complète que possible à cette question, je vous suggère de prendre à titre de référence le programme du livret européen de l'étudiant. Il s'agit d'un programme détaillé établi par une commission officieuse de mathématiciens et que l'on peut obtenir notamment chez Dunod, éditeurs, Paris.

Si vous vous ralliez à ma suggestion, répondez au N° 3.3.1 par 1, 1/2 ou 0 suivant que les matières indiquées dans le livret européen de l'étudiant sont entièrement, partiellement ou à peine traitées pour la catégorie d'étudiants indiquée sous 3.1.2.

Si vous renoncez à utiliser le programme du livret européen de l'étudiant, répondez au N° 3.3.3. Vous voudrez bien joindre en annexe une liste aussi détaillée que possible des matières enseignées.

3.3.1 Description détaillée du programme selon le livret européen de l'étudiant

Premier niveau

1. Notions générales d'algèbre
2. Géométrie analytique et géométrie différentielle à 2 et 3 dimensions
3. Algèbre linéaire
4. Calcul différentiel élémentaire
5. Calcul intégral
6. Séries
7. Equations différentielles
8. Analyse numérique
9. Cinématique et cinétique
10. Introduction au calcul des probabilités.

Deuxième niveau

(mathématiques pures)

11. Algèbre
12. Algèbre linéaire
13. Topologie générale
14. Espaces fonctionnels
15. Intégration
16. Calcul différentiel

17. Fonctions analytiques d'une variable complexe
18. Géométrie différentielle
19. Bloc élémentaire

Deuxième niveau

(mathématiques appliquées)
(bien que faisant en partie double emploi avec les mathématiques pures)

20. Compléments d'algèbre
21. Fonctions analytiques d'une variable complexe
22. Compléments de calcul intégral
23. Espaces fonctionnels
24. Equations intégrales
25. Equations différentielles ordinaires
26. Equations aux dérivées partielles
27. Calcul des variations
28. Distributions, transformations de Fourier et de Laplace
29. Fonctions spéciales.

3.3.2 L'enseignement des mathématiques dans votre université comporte-t-il au niveau 1 et 2 des questions insuffisamment mentionnées dans le programme du N° 3.3.1. ?

Si oui, lesquelles ? (utilisez aussi la place disponible au N° 3.3.3.)

3.3.3 Description du programme indépendant du livret européen de l'étudiant.

Avez-vous joint une liste des matières enseignées ?

oui non

Sinon, décrivez le programme de manière aussi détaillée que possible.

3.3.4 Les matières enseignées à votre université vous paraissent-elles choisies de manière satisfaisante ?

oui non

Sinon, quels en sont les défauts à votre avis ?

3.3.5 Envisage-t-on une prochaine modification de la matière enseignée ?

oui non

Si oui, dans quel sens ?

2ème niveau :

.....
.....
.....
.....

3.4.3 Les examens sont-ils écrits ?

Branches principales		Branches secondaires	
oui	non	oui	non
durée :		durée :	
Oraux ?		Oraux ?	
oui	non	oui	non
durée :		durée :	

Les examens comportent-ils un travail pratique, mémoire, etc. ?

oui non

Si oui, de quel genre et de quelle importance ?

3.4.4 Quelles sont les conditions de réussite ?

.....

3.4.5 Echec :

En cas d'échec à un examen, combien de fois peut se présenter un candidat ?

.....

En cas d'échec à un examen, quand peut se représenter le candidat ?

.....

En cas d'échec, le candidat peut-il continuer à suivre le programme régulier d'études ?

oui non

3.4.6 Les examens sont-ils le seul contrôle des études ?

oui non

Sinon, quelles sont les exigences supplémentaires ?

Interrogation périodique, écrite, orale

oui non

Attestation pour présence aux cours

oui non

Attestation pour participation aux exercices

oui non

Attestation pour participation aux séminaires

oui non

Autres exigences :

.....

3.4.7 Les études du 3^{ème} niveau sont-elles sanctionnées par des examens ?

oui non

Si oui, lesquels ?

.....

3.4.8 Remarques éventuelles concernant les catégories d'étudiants pour lesquelles les renseignements du paragraphe 3.4 doivent être complétés ou modifiés (voir 3.1.2)

.....

.....

.....

.....

.....

3.4.9 Les examens universitaires vous paraissent-ils ordonnés de manière satisfaisante ?

oui non

Sinon, quels en sont les défauts ?

.....

3.4.10 Envisage-t-on une prochaine modification des examens ?

oui non

Si oui, dans quel sens ?

4. Conditions d'enseignement

- 4.1 Combien d'étudiants compte votre université
- Combien d'étudiants en mathématiques commencent-ils leurs études chaque année ? (moyenne ou 1966)
- Combien d'étudiants fréquentent-ils les cours de premier niveau ?
- Combien d'étudiants fréquentent-ils les cours du deuxième niveau ?
- Combien d'étudiants fréquentent-ils les cours du troisième niveau ?

4.2 Corps enseignant

- En mathématiques, combien y a-t-il dans votre université de professeurs à plein temps ?
- à temps partiel ?
- Combien de chargés de cours ?
- de chefs de travaux ?
- d'assistants diplômés ?
- d'assistants non diplômés ?
- de secrétaires, bibliothécaires, etc.

Considérez-vous que ces effectifs soient normaux ?
oui non

Sinon, quels sont ceux à modifier ?

.....

Dans quelle proportion ?

.....

Une modification prochaine est-elle probable ?

Dans quel sens ?

.....

4.6 Certains cours de mathématiques sont-ils imprimés ?

oui non

Lesquels ?

.....

ou photocopiés ?

Lesquels ?

.....

Quels sont les principaux ouvrages recommandés aux étudiants ?

.....

4.7 Avez-vous fait des expériences concernant des méthodes nouvelles d'enseignement, telles que cours programmé télévisé, par petit groupe, etc...

oui non

Si oui, quels sont les résultats ?

4.8 L'enseignement des mathématiques dites modernes pose-t-il des problèmes particuliers ?

oui non

Si oui, comment les avez-vous résolus ?

./.

5. Conclusions

5.1 Estimez-vous que des efforts doivent être entrepris et poursuivis en vue d'une équivalence des diplômes universitaires ?

.....

5.2 Quels sont à votre avis les exigences principales que devrait remplir une équivalence des diplômes universitaires ?

.....

5.3 Remarques personnelles :

.....

./.

A N N E X E III

LISTE DES UNIVERSITES AYANT REPONDU AU QUESTIONNAIRES
DE FACON PRECISE ET EFFICACE

- FRANCE :
Université de Nice, Professeur Dieudonné,
Président de la section mathématique
Université de Besançon, Professeur F.
Châtelet
Université de Poitiers, service des
mathématiques, Professeur Fort
Université d'Orléans-Tours, M. Colleau,
maître de conférences
- GRECE :
Université aristotélienne, Thessalonique,
Professeur Jean Anastassiades
- ITALIE :
Université de Rome, Professeur L. Lombardo-
Radice, directeur de l'institut de
mathématiques
Université de Pavie, Professeur A. Andreatta,
Professeur de géométrie
- NORVEGE :
Université de Bergen, section de mathéma-
tiques, M. Oddvariden, cand. real.
Université de Trondheim, institut mathéma-
tique, Professeur John Olav Stubban
- PAYS-BAS :
Université technique, section mathématique,
Eindhoven
Université d'Utrecht, section mathématique
et sciences, Frpf. Dr. Hans Freudenthal
- REPUBLIQUE FEDERALE
D'ALLEMAGNE :
Université de Bonn, Mathematisches Institut,
Professor Dr. Fr. Hirzebruch
Université d'Erlangen-Nürnberg,
Mathematisches Institut, Dr. S. Gruber,
Konservator.
Université de Frankfurt am Main,
Mathematisches Seminar, Dr. Hermann
Heineken, Privatdozent.

REPUBLIQUE FEDERALE
D'ALLEMAGNE :

Universität de Freiburg im Breisgau,
Mathematisches Institut, Professor
Dr. Martin Barner.

Universität de Heidelberg, Institut
für Angewandte Mathematik,
Professor Dr. K. Krickeberg.

Universität de Marburg an der Lahn,
Mathematisches Institut,
Dr. H.H. Körle, wissenschaftl.
Assistent.

Universität de Münster, II.
Mathematisches Institut und Seminar
für Angewandte Mathematik, Professor
Dr. E. Thoma.

Universität de Würzburg, Mathema-
tisches Institut, Professor Dr.
H. Grundsky.

Universität technique de Braunschweig,
Institut für Angewandte Mathematik,
Professor Dr. E. Henze.

Technische Hochschule Darmstadt,
Mathematisches Institut, Professor
Dr. E. Martensen.

Universität technique de Hannover,
Lehrstuhl und Institut C für
Mathematik, Professor Dr. H. Tietz.

Technische Hochschule München,
Mathematisches Institut.

Universität de Stuttgart (ancienne
Technische Hochschule). 2.
Lehrschule für Mathematik,
Professor Dr. P. Lesky.

ROYAUME-UNI

ANGLETERRE :

Universität de Leicester, Faculté de
Sciences. Professor R.L. Goodstein

Universität de Liverpool, Faculté
des Sciences, Professor
L. Rosenhead F.R.S.

Universität de Londres, Professor
H. Kestelmann, Reader in Mathematics.

ANGLETERRE :

Université de Newcastle upon Tyne, R.M. White,
Administrative Assistant.

Université d'Oxford, Board of the Faculty
of Mathematics.

Université de Sheffield, Applied Mathematics,
Dr. V. Hutson.

ECOSSE :

Université d'Edinburgh, A. Erdélyi, Professor
of Mathematics, Head of the Mathematics
Department.

Université de Glasgow, Faculty of Science,
Professor R.A. Rankin et Dr. John Hunter,
Senior Lecturer.

Université de St. Andrews, Faculty of
Science, Dr. T.S. Blyth, Docteur ès Sciences,
de Paris.

Université de Strathclyde, Professeur W.D.
Collins.

SUEDE :

Université de Göteborg, Professeur
Olof Hanner.

Université d'Uppsala, Lars Inge Hedberg,
docent (Maître de conférences).

SUISSE :

Université de Berne, Professeur Naef.

Université de Fribourg, Professeur
Heinrich Kleisli.

Université de Genève, C. Weber, Chef de
travaux.

Université de Lausanne, André Delessert,
Professeur.

Université de Neuchâtel, Professeurs
Sørensen et Bader.

Université de Zurich, Professeur B.L. van
der Waerden,

Eidgenössische Technische Hochschule
(Ecole Polytechnique) de Zurich, Professeur
Dr. Marcel Rueff, Doyen de la Section
mathématique.

TURQUIE :

"Ege-Universität, Izmir, Professeur Kula et
Koschmieder.

DES INFORMATIONS COMPLEMENTAIRES ONT ETE DONNEES PAR :

- AUTRICHE : Université de Graz, II. Lehrkanzel für
Mathematik (2ème chaire de mathématiques),
Professor Dr. Heribert Fieber
- BELGIQUE : Centre universitaire de l'Etat à Anvers,
Professeur Dr. Julien Depunt
- DANEMARK : Université d'Aarhus, Matematisk Institut,
Lars C. Mejlbe, lecturer
- FRANCE : Université de Strasbourg, Département de
mathématiques, Professeur Daniel Bernard
- SAINT-SIEGE : Université catholique de Louvain, Professeur
Henri Florin
- ITALIE : Université de Pisa, Facolta di Scienze
(Faculté des Sciences), Dr. Giorgio Letta,
professeur extraordinaire
- MALTE : St. Michael's College of Education,
St. Julian's, Brother Charles Gatt
- PAYS-BAS : Université d'Amsterdam, Mathematisch
Instituut, Professor Dr. N.H. Kuiper
- NORVEGE : Université d'Oslo, Institut for Matematiske
Fag (Institut de Mathématiques),
Dr. Johan Aarnes, Lecturer
- SUEDE : Université d'Umeå, Institut de Mathématiques
et de Statistiques, Professor Hans Wallin.

A N N E X E IV

PROGRAMME MINIMUM COMMUN POUR L'ETUDE DES
MATHÉMATIQUES AU NIVEAU UNIVERSITAIRE

PREMIER NIVEAU. (L'énumération des matières du programme n'implique pas un ordre pour les traiter).

1. Notions générales d'algèbre

Vocabulaire élémentaire de logique

Ensembles, sous-ensembles, ensembles produits, fonctions. Ensembles finis, et analyse combinatoire.

Entiers rationnels, nombres rationnels, nombres réels, nombres complexes.

Relations définies sur un ensemble ; relations d'équivalence, relations d'ordre. Lois de composition définies sur un ensemble.

Structure de groupe, d'anneau, de corps (se borner à des définitions et à quelques exemples, sans théorie générale).

Anneau des polynômes à coefficients rationnels, réels ou complexes. Formule du binôme. Division des polynômes suivant les puissances décroissantes. Plus grand commun diviseur.

Décomposition des fractions rationnelles en éléments simples.

Énoncé du théorème de d'Alembert-Gauss. Relations entre les coefficients et les racines d'un polynôme.

2. Géométrie analytique et géométrie différentielle classiques à 2 et 3-dimensions

Equation des droites, plan, cercle, sphère. Problèmes d'angles et de distances dans R^2 et R^3 .

Coordonnées polaires dans R^2 .

Étude (à titre d'exemple) de quelques propriétés des coniques par des procédés analytiques. Étude sommaire de quelques quadriques (à titre d'exemple). Génération et représentation de surfaces diverses.

Notions de géométrie affine et de géométrie projective.

Propriétés générales des courbes planes définies par $y = F(x)$ ou sous forme paramétrique. Etude locale. Notion sur les courbes de l'espace à 3 dimensions.

3. Algèbre linéaire (niveau 1)

Définition des espaces vectoriels ; sous-espaces vectoriels, produits d'espaces vectoriels, somme de sous-espaces vectoriels. Indépendance linéaire ; bases d'un espace vectoriel de dimension finie.

Applications linéaires ; somme ; produit, noyau, image, rang.

Calcul matriciel.

Formes linéaires, équations linéaires.

Déterminants (via formes multilinéaires).

Vecteurs propres et valeurs propres d'un endomorphisme ; équation caractéristique. Réduction d'une matrice à la forme diagonale dans le cas des racines distinctes, et à la forme triangulaire dans le cas général.

Formes bilinéaires symétriques et formes quadratiques ; formes hermitiennes.

Espaces affines ; parallélisme, barycentre, ensembles convexes.

Notions métriques dans les espaces vectoriels sur \mathbb{R} : norme, distance, produit scalaire et normes associées ; et inégalité de Cauchy-Schwarz. Bases orthonormales dans \mathbb{R}^n .

Groupe des isométries, groupe des rotations autour d'un point, angle de deux vecteurs, orientation de \mathbb{R}^n ; produit vectoriel dans \mathbb{R}^3 .

4. Nombres réels, fonctions continues, calcul différentiel élémentaire

On pourra soit donner une construction du corps des nombres réels, soit en donner une définition axiomatique.

Ensembles de nombres réels : majorants, minorants. Borne supérieure et borne inférieure. Intervalles. Suites bornées, suites convergentes. Théorèmes fondamentaux sur les limites. Critère de Cauchy ; théorème de Bolzano-Weierstrass.

./.

Fonctions d'une variable réelle : limites, continuité. Théorèmes fondamentaux sur les fonctions continues numériques sur un intervalle (valeurs intermédiaires, bornes, continuité uniforme).

Fonctions monotones ; existence de la fonction réciproque d'une fonction continue et strictement monotone. Exemples de fonctions discontinues.

Dérivées. Calcul des dérivées. Dérivée d'une fonction composée. Dérivée d'une fonction réciproque.

Théorème de Rolle ; théorème des accroissements finis. Formule de Taylor. Maxima et minima des fonctions numériques d'une variable réelle.

Comparaison des croissances de deux fonctions. Développements limités, applications ; division des polynômes suivant les puissances croissantes.

Fonctions vectorielles d'une variable réelle. Continuité, dérivation, formule de Taylor.

Fonctions de plusieurs variables ; continuité. Fonction différentiable en un point, différentielle en ce point. Dérivées partielles en un point, différentiabilité d'une fonction possédant des dérivées partielles continues.

Dérivées d'une fonction composée. Interprétation géométrique : tangente, plan tangent. Calcul des dérivées d'une fonction implicite.

Dérivées partielles d'ordre supérieur ; propriété de symétrie. Formule de Taylor, maxima et minima des fonctions de plusieurs variables.

5. Calcul intégral.

Définition et propriétés de l'intégrale définie introduite comme limite de sommes ; intégralité des fonctions continues. Propriété de la forme linéaire définie par l'intégrale. Relation entre intégrale indéfinie et fonctions primitives. Exemples de fonctions primitives. Exemples de fonctions définies par une intégrale.

Méthodes d'intégration. Intégration des fractions rationnelles et des fonctions qui s'y ramènent.

Intégrale définie d'une fonction continue sur un intervalle quelconque (éventuellement infini) : convergence, convergence absolue.

Longueur d'une courbe paramétrée ; expression de la longueur pour une paramétrisation continûment dérivable.

Annexe IV

Intégrales curvilignes. Notions élémentaires sur les intégrales doubles et triples, et sur leur mode de calcul. Règles du calcul différentiel extérieur, leur application aux intégrales de surface, à la formule du changement de variables dans les intégrales multiples, et aux transformations des intégrales multiples (Stokes). (On ne donnera pas de démonstration ; on pourra se borner à démontrer la formule de Riemann, dans le plan, pour un contour simple.) Cas particuliers : gradient, divergence, rotationnel.

6. Séries

Séries à termes réels ou complexes ; convergence, critère de Cauchy.

Séries à termes positifs ; comparaison, critères simples de convergence. Séries à termes positifs décroissants : comparaison avec une intégrale.

Séries absolument convergentes. Séries non absolument convergentes, séries alternées.

Suites et séries de fonctions ; convergence simple, convergence uniforme, Continuité, dérivation et intégration des suites et séries dans le cas de la convergence uniforme.

Développement en série de e^x , $\sin x$, $\cos x$, $\log(1+x)$, $(1+x)^z$, $\arctg x$, $\arcsin x$.

Théorie élémentaire des séries entières d'une variable, réelle ou complexe. Disque de convergence. Dérivation ; intégration dans le domaine réel. Définitions et propriétés de e^z , $\sin z$ et $\cos z$ pour z complexe.

Notions élémentaires sur les séries de Fourier ; calcul des coefficients.

7. Equations différentielles

Notions fondamentales sur les équations différentielles ; trajectoires d'un champ de vecteurs, problèmes de valeurs initiales, problèmes aux limites. Illustration de ces problèmes par des équations intégrales par quadrature ; équations linéaires à coefficients constants.

Théorème de superposition linéaire pour les solutions des équations ou des systèmes d'équations linéaires homogènes à coefficients variables, équations non homogènes.

./.

8*. Analyse numérique

Systèmes d'équations linéaires ; méthode d'élimination et méthode d'approximation successives. Optimisation linéaire ; approximation au sens de Tchébycheff et au sens de Gauss. Algorithmes simples pour le calcul des valeurs propres.

Polynômes et algorithmes de division comme exemples simples d'algorithmes. Méthodes d'itération pour l'approximation des solutions d'équations algébriques et transcendantes.

Procédés d'intégration numérique. Equations différentielles ordinaires : méthodes d'itération, méthode de Runge-Kutta pour des valeurs initiales. Méthode des différences pour des problèmes aux limites.

Travaux pratiques sur les machines. Programmation simple.

9. Mécanique

Définition d'un mouvement par rapport à un repère. Compléments de cinématique du point. Exemples simples de détermination de mouvements à partir de l'accélération et des conditions initiales (mouvements à accélération centrale). Champ de vitesse d'un solide. Changement de repère : composition des vitesses et des accélérations.

Masse d'un système. Loi de conservation. Barycentre. Centre d'inertie. Torseur des quantités de mouvement. Energie cinétique.

Cas du solide. Tenseur d'inertie. Exemples simples de mouvement de solides.

10. Introduction au calcul des probabilités et à la statistique mathématique

Axiomes du calcul des probabilités. Indépendance et probabilité conditionnelle.

Quelques lois de probabilité à une dimension : loi binomiale, loi de Poisson, loi de Laplace-Gauss.

Espérance mathématique d'une fonction ; fonction génératrice des moments. Valeurs typiques.

Lois de probabilité à deux dimensions.

Statistique élémentaire : méthode des moindres carrés, corrélation, régression.

* Un seul des trois points 8 - 9 - 10 au choix.

DEUXIEME NIVEAU (Mathématiques pures)

11. Algèbre des ensembles et algèbre (niveau 2)

Révision des notions élémentaires de la théorie des ensembles, de la notion d'application et du calcul logique.

Notions sur les cardinaux : puissance du dénombrable, puissance du continu.

Axiome du choix ; théorème de Zorn (sans démonstration).

Langage de la théorie des catégories ; utilisations élémentaires.

Lois de composition : propriétés (associativité, etc.).

Groupes ; sous-groupes, groupes quotients ; théorème d'homomorphisme. Exemples. Produit de groupes.

Groupe symétrique ; signature d'une permutation.

Groupes de transformations ; transitivité, transitivité simple ; trajectoires : exemples. Exercice possible : théorème de Sylow.

Anneaux et algèbres ; modules, idéaux ; anneau-quotient. Exemples. (algèbre des matrices, quaternions).

Algèbre de polynômes. Divisibilité.

Corps. Caractéristique d'un corps ; exemples.

12. Algèbre linéaire (niveau 2)

Révision de l'algèbre linéaire (niveau I).

Bases d'un espace vectoriel (de dimension finie ou infinie). Dualité des espaces vectoriels de dimension finie ; application aux équations linéaires.

Produits tensoriels et extérieurs d'espaces vectoriels.

Formes bilinéaires symétriques et hermitiennes ; orthogonalité. Formes quadratiques et hermitiennes ; réduction à une somme de carrés ; loi d'inertie. Groupe orthogonal, groupe unitaire, opérateurs hermitiens.

13. Topologie générale

Topologie de \mathbb{R} , de \mathbb{R}^n ; théorème de Borel-Lebesgue. ./.

Définition générale d'un espace topologique (par les ouverts ou par les fermés) ; exemple des espaces métriques. Fonctions continues. Produit d'espaces topologiques.

Espaces compacts ; théorèmes classiques. Espaces localement compacts.

Espaces connexes ; image d'un espace connexe par une application continue.

Applications homotopes ; espaces simplement connexes.

Espaces métriques (plusieurs exemples). Continuité uniforme ; cas d'une application continue d'un espace métrique compact dans un espace métrique.

Espaces métriques complets (sans traiter de la complétion). Méthodes des approximations successives.

14. Espaces fonctionnels

Distance de la convergence uniforme sur l'espace des applications dans un espace métrique ; cas où ce dernier est complet ; cas des applications continues.

Familles sommables dans un espace normé complet : convergence normale.

Espaces vectoriels normés ; espaces de Banach. Exemples : norme de la convergence uniforme sur un espace vectoriel de fonctions numériques, normes diverses définies sur des espaces fonctionnels au moyen d'intégrales.

Théorème de Stone-Weierstrass, ou tout au moins théorème de Weierstrass (approximation par les polynômes).

Espaces préhilbertiens : exemples. L'espace L^2 est complet (avec l'intégrale de Lebesgue). Inégalités. Projection sur un sous-espace vectoriel complet. Espaces préhilbertiens à base dénombrable ; orthogonalisation de Schmidt. Applications : suites de polynômes spéciaux, séries de Fourier.

15. Intégration (niveau 2)

Intégrale de Lebesgue de fonctions numériques définies dans R^n . Généralisation (au moins pour $n = 1$) : intégrale par rapport à une mesure de Stieljes - Radon. Espace L^1 . Théorème de Lebesgue-Fubini (intégrations successives). Changement de variables. Applications : calcul de volumes.

Séries et intégrales dépendant de paramètres : continuité, dérivation, intégration. Exemples et contre-exemples.

16. Calcul différentiel

Différentielle (du premier ordre) d'une application d'un ouvert d'un espace vectoriel normé dans un autre. Propriétés ; calcul.

Théorème d'inversion locale d'une application continûment différentiable ; théorème des fonctions implicites.

Formes différentielles. Formules de Stokes dans des cas simples. Primitives locales d'une forme différentielle fermée de degré un.

Systemes différentiels : existence et unicité locales dans le cas lipschitzien. Variation de la solution en fonction des données. Cas d'un système différentiel linéaire.

Intégrales premières d'un système différentiel : résolution d'une équation aux dérivées partielles linéaires du premier ordre.

Eléments de calcul des variations.

17. Fonctions analytiques d'une variable complexe

Séries entières.

Intégrales de Cauchy.

Développement de Taylor. Théorème de Liouville. Propriété de la moyenne ; fonctions harmoniques. Principe du maximum. Développement de Laurent. Résidus.

Topologie de la convergence uniforme sur tout compact.

Fonctions définies par des séries ou des produits infinis ; exemples.

Représentation conforme (exemples simples). Notions sur les surfaces de Riemann ; exemples.

Notions sur les fonctions analytiques de plusieurs variables.

Systemes différentiels holomorphes ; méthodes des majorantes.

18. Bloc élémentaire

Théorie des entiers naturels ; opérations ; divisibilité, nombres premiers, théorème d'unique factorisation. Corps des entiers modulo p (p premier).

./.

Corps des rationnels. Corps des réels : caractérisation axiomatique et existence. Corps des complexes.

Existence des représentations continues du groupe additif \mathbb{R} sur le groupe multiplicatif des nombres complexes dont la valeur absolue est égale à 1.

Traitement simple des axiomes de la géométrie euclidienne.
Modèles euclidiens de géométries non-euclidiennes.

N.B. Ce point présente un intérêt particulier pour les futurs enseignants du degré secondaire.

DEUXIEME NIVEAU (Mathématiques appliquées)

19. Compléments d'algèbre

Groupes : sous-groupes, groupes-quotients, théorème d'homomorphisme. Exemples.

Bases d'un espace vectoriel (de dimension finie ou infinie). Dualité des espaces vectoriels de dimension finie. Matrices et valeurs propres (révision).

Produit tensoriel d'espaces vectoriels ; algèbre tensorielle.

Formes quadratiques et hermitiennes : loi d'inertie ; réduction simultanée de deux formes dont l'une est définie positive.

Groupe orthogonal, groupe unitaire.

20. Fonctions analytiques d'une variable complexe

Séries entières convergentes.

Intégrale de Cauchy.

Développement de Taylor et de Laurent. Principe du maximum. Résidus.

Fonctions définies par des séries ou des produits infinis ; exemples.

Représentation conforme. Exemples de surfaces de Riemann.

21. Compléments de calcul intégral

Intégrale de Lebesgue-Stieltjes dans \mathbb{R}^n pour les fonctions numériques : énoncé (sans démonstration) des théorèmes fondamentaux.

22. Espaces fonctionnels

Espaces métriques ; limite, continuité. Espaces métriques complets.

Espaces vectoriels normés ; espaces de Banach.

Exemples : norme de la convergence uniforme sur un espace vectoriel de fonctions numériques, normes diverses définies sur des espaces fonctionnels au moyen d'intégrales.

Théorème de Weierstrass (approximation par les polynômes).

Approximations successives pour une application strictement contractante. Application aux fonctions définies par des équations (fonctions implicites).

Espaces préhilbertiens et espaces hilbertiens : exemples, L'espace L^2 est complet.

23. Equations intégrales

Equation de Volterra.

Equation de Fredholm : cas d'un noyau continu, cas qui s'y ramènent. Cas d'un noyau hermitien.

Développement en série de fonctions orthogonales.

24. Equations différentielles ordinaires

Théorème d'existence et d'unicité dans le cas analytique complexe. Dépendance des paramètres.

Systèmes différentiels linéaires.

Théorème de Fuchs pour une équation linéaire du second ordre.

Théorème d'existence et d'unicité dans le cas réel. Dépendance des paramètres.

Systèmes différentiels linéaires dans le domaine réel.

Etude, sur quelques exemples, des solutions d'un système différentiel au voisinage d'un point singulier (col, noeud, foyer).

Problèmes aux limites du type Sturm-Liouville.

25. Equations aux dérivées partielles

Une équation quasi-linéaire du premier ordre : problème de Cauchy, caractéristiques.

Définition des caractéristiques d'un système quasi-linéaire de deux équations du premier ordre à deux variables.

Equation de Pfaff complètement intégrable.

Equation du deuxième ordre : séparation des variables.

Equation du deuxième ordre à coefficients constants :

- Type elliptique : équation $\Delta \varphi = 0$; théorème de la moyenne, solution élémentaire ; unicité pour les problèmes de Neumann et de Dirichlet ; fonction de Green, formule de Poisson pour la sphère ; intégrale d'énergie (Dirichlet). Equation $\Delta \varphi + k^2 \varphi = 0$: la condition de radiation : réduction à une équation intégrale.

- Type hyperbolique : équation des ondes à 1, 3 et 2 variables d'espace ; solution élémentaire ; problème aux limites ; formules de Poisson et de Kirchhoff. Méthode de descente (Hadamard). Intégrale d'énergie.

Type parabolique : équation de la chaleur à une variable d'espaces ; solution élémentaire ; problème aux limites.

26. Calcul des variations

Equations d'Euler-Lagrange pour les intégrales simples ou multiples.

Conditions aux limites naturelles. Multiplicateur de Lagrange.

27. Distributions, transformations de Fourier et de Laplace

Définition des distributions sur R^n . Dérivation des distributions ; exemples.

Transformation de Fourier et de Laplace : introduction à la théorie. Applications aux dérivées partielles.

Exemples de développements asymptotiques.

28. Fonctions spéciales

- 1) Fonction $\Gamma(z)$. Développement asymptotique.
 - 2) Un choix entre les fonctions suivantes :
 - fonctions de Bessel-Hankel-Neumann ; expressions asymptotiques, expressions intégrales.
 - fonctions de Legendre, de Legendre associées, fonctions harmoniques sphériques.
 - 3) Eventuellement un choix parmi les fonctions suivantes :
 - fonctions hypergéométriques ;
 - polynômes de Laguerre ;
 - polynômes d'Hermite ;
 - fonctions de Mathieu ;
 - fonctions elliptiques.
-